

# ملاحظات اساسی

## پیرامون

### کاربرد ریاضیات در اقتصاد



مرکز تحقیقات کامپیوتر علوم اسلامی

تاریخ دریافت: ۸۱/۷/۲۶

تاریخ تایید: ۸۱/۱۱/۲۷

یدالله دادگر\*

#### چکیده:

کاربرد ریاضیات در رشته اقتصاد نسبت به سایر رشته‌های علوم اجتماعی بسیار برجسته‌تر است. با وجودی که ابزار ریاضی برای درک بهتر و سریع‌تر اقتصاد، کمک شایانی به این علم می‌کند، در عین حال، عدم توجه به ملاحظات پیرامون جایگاه این ابزار و ورود به محدوده افراط و تفریط در مورد آن موجب کاستن اعتبار آن می‌شود. این مقاله در صدد است به این گونه ملاحظات بپردازد. ابتدا بطور مختصر به طرح بحث اشاره می‌شود. سپس به تحولات موضوع و در بخش بعدی به مسائل و دشواریهای حوزه مربوطه پرداخته می‌شود. تاکید بر چند نتیجه مهم بخش پایانی را تشکیل می‌دهد.

واژگان کلیدی: ریاضیات، اقتصاد، اقتصاد محض

## ۱- طرح بحث و موضوعات اولیه

ریاضیات شعبه‌ای از علوم است که علمیت آن جنبه محض و خالص دارد. به این صورت که بر خلاف علوم طبیعی (از قبیل فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، زمین‌شناسی و اخترشناسی) و همچنین برخلاف علوم اجتماعی (مانند اقتصاد، جامعه‌شناسی، روانشناسی، تاریخ و علوم سیاسی) که بررسی آنها نیازمند به علوم دیگری (مثل منطق و ریاضیات) است، برای اثبات گزاره‌های ریاضی نیاز به علوم دیگری نیست.\* در عین حال خود علم ریاضی برای اثبات دیگر علوم به کار می‌رود. مثلاً علم فیزیک که پیشاهنگ علوم طبیعی است برای اثبات تئوریهای خود از ریاضیات استفاده می‌کند. در میان علوم اجتماعی، علم اقتصاد بیشترین ارتباط با ریاضیات را به خود اختصاص داده است. پس از اقتصاد، رشته مدیریت نیز استفاده‌های فراوانی از ریاضیات در تحلیل مسائل خود می‌نماید.

استفاده از ریاضیات در اقتصاد پس از تثبیت مکتب نئوکلاسیک با وسعت بیشتری پی‌گیری شد و پس از جنگ دوم جهانی بسیار تشدید شد؛ به گونه‌ای که کاربرد شدید ریاضیات در اقتصاد در مواردی به عنوان یک انقلاب در روش تعبیر می‌شد. با ملاحظه اجمالی برنامه‌های آموزش رسمی اقتصاد در دانشگاهها و همچنین با مشاهده مقالات علمی در این زمینه، فرایند وسیع ریاضی‌سازی در رشته اقتصاد پس از جنگ جهانی دوم آشکار می‌شود. زمینه‌ها و عوامل مختلفی را می‌توان برای وضعیت یاد شده مطرح نمود که یکی از مهمترین آنها طرح مقوله علمی بودن یا علمی نبودن اقتصاد در فضای پس از جنگ می‌باشد. ریشه بحث به معنا داری گزاره‌ها و معیار علمی بودن آنها برمی‌گردد که از دهه ۱۹۲۰ در قالب تفکر اثبات‌گرایان منطقی مطرح شد. در آن زمان در محافل علمی این امر تثبیت شد که هر معرفتی بخواهد علمی محسوب شود و یا اعتبار علمی بودن کسب کند، باید بتواند گزاره‌های خود را یا به صورت تجربی آزمون کند و یا به شکل ریاضی درآورد.\*\*

\* - شاید به همین دلیل است که برای علم ریاضی و علم منطق از واژه علم محض استفاده می‌شود و آنها را در زمره علوم اجتماعی، علوم انسانی و علوم طبیعی قرار نمی‌دهند.

\*\* - اصولاً پس از جاافتادن نظریه اثبات‌گرایی اگوست کنت (August conte) عملاً نزدیکی رشته‌ها با ریاضیات و جدا شدن آنها از فلسفه ملاک علمی بودن آنها محسوب می‌شد. معروف است که اخترشناسی و فیزیک، اولین معارفی بودند که کاربرد ریاضی وسیع پیدا کردند و از این رو در مفاد کنت از اولین علوم محسوب شدند.

اصولاً یکی از نقشها و وظایف علمی اقتصاددانها، این است که فرضیات و قواعد مربوط به متغیرهای اقتصادی را بیان کنند و یکی از راههای ارائه این گونه بیانها استفاده از ریاضیات است. زیرا روابط مذکور را می‌توان در قالب مجموعه‌ای از الفاظ و جملات توصیف نمود و آنها را به شکل هندسی (نموداری) ترسیم کرد\* و یا به صورت ریاضی صورت بندی نمود.

بیان ادبیتاتی و توصیفی برای همه قابل فهم است و از سادگی قابل توجهی برخوردار است. اما این ابزار در همه اوضاع و احوال پاسخگو نیست. از این رو در مواردی روش هندسی از آن کارآمدتر خواهد بود. اما گاهی پیچیدگی گزاره‌های مورد بحث و یا فراوانی متغیرها به گونه‌ای (مثلاً از ۳ به بالا) می‌شود که تنها راه تجزیه و تحلیل آنها ابزار ریاضی خواهد بود.

با وجودی که بسیاری از مباحث اقتصادی، سر و کار نزدیکی با ریاضیات دارند، اما چند موضوع ارتباط ملموس‌تری با آن دارند. یکی از این موضوعات مقوله اقتصادسنجی است. دیگری الگوی تعادل عمومی است، تجزیه و تحلیل داده‌ها و ستانده‌ها، برنامه ریزی خطی، تئوری بازیها، کاربرد منحنیهای بی تفاوتی و موارد مشابه از دیگر زمینه‌های ارتباطی دقیق بین اقتصاد و ریاضیات محسوب می‌شوند. از میان دروس اقتصادی برخی مانند اقتصاد خرد، اقتصاد رشد، بخشهایی از اقتصاد منابع، اقتصاد انرژی، ابعادی از اقتصاد رفاه، همچنین موضوعاتی خاص در درون برخی گرایشها مانند مباحث تحقیق عملیات و کنترل تئوری، کاربرد وسیع‌تری از ریاضیات را به همراه دارند.

در هر صورت کاربرد ریاضیات در اقتصاد، حداقل نوعی تحول در مطالعات مربوط به روشهای علمی در قالب یاد شده محسوب می‌شود. بنابراین اندیشمندانی که در تکامل این روش نقشی داشته‌اند، قابل تقدیر هستند. در عین حال هر نوع نگرش حاد به کاربرد ریاضیات چه به صورت بلند پروازی ریاضی سازی افراطی در اقتصاد و چه به صورت حمله کردن به کاربرد آن در اقتصاد و ریاضی زدایی از آن، موجب دشواریهای جدی می‌شود. این بحث همچنان فراگیر، جنجالی و باز می‌باشد. در بخشهای بعدی روند تکاملی کاربرد ریاضیات در اقتصاد و دشواریهای مربوط به آن

اشاره می‌شود و سرانجام نکات کلیدی مقاله در یک جمع بندی کلی مورد تأکید قرار می‌گیرد.

## ۲- مروری بر تحولات کاربرد ریاضیات در اقتصاد

گروهی از طرفداران کاربرد ریاضیات در اقتصاد، عقیده دارند که از زمانی که اقتصاد به عنوان یک علم مطرح شده با کاربرد ریاضیات همراه بوده است. نکته‌ای که تذکر آن مفید به نظر می‌رسد، نقش ریاضی دانان و مهندسان در تکامل تئوری اقتصادی و در تدوین گرایش اقتصاد ریاضی است که در این بخش ملاحظه خواهد شد. به بیان دیگر، یک دلیل مستقل برای توجیه جهت‌گیری ریاضیاتی علم اقتصاد متعارف، انجام مطالعات زیادی است که توسط دو گروه مذکور در اقتصاد به وقوع پیوسته است. این امر، زمینه انتقاد دیگر اقتصاد دانانی که تمایل زیادی به کاربرد ریاضیات در اقتصاد ندانند را برانگیخته است.\*

اگر منشاء کاربرد ریاضیات را بر مبنای تکامل برخی از شعبات علم اقتصاد در نظر بگیریم، این موضوع سابقه‌ای طولانی دارد. مثلاً اقتصاد سنجی یکی از شعبات این علم است که در آن، استفاده قابل توجهی از ریاضیات می‌شود. تدوین این رشته به اواخر قرن ۱۷ و اوایل قرن ۱۸ و در چارچوب تلاش «چارلز داوین»\*\* برمی‌گردد. این در حالی است، که معروف است که علم اقتصاد ساخته و پرداخته اقتصاددانان کلاسیک (و بویژه آدام اسمیت) در قرن ۱۸ میلادی است.

چارلز داوین مقوله‌ای به نام حساب سیاسی تعریف می‌کند که به معنای هنر استدلال نمودن با کمک اعداد و ارقام و نمودارها می‌باشد. گذشته از وی می‌توان از دکتر کنه نام برد، که در تکامل اقتصاد سنجی نقش قابل توجهی داشته است.<sup>۱</sup> البته ذکر این

\* - قابل ذکر است که از زمان کاربرد وسیع ریاضیات در اقتصاد (هنگام ظهور مکتب نهایی گرایان و بعد نئوکلاسیک‌ها)، اختلاف نظر در موضوع فوق نیز آغاز گردید. مثلاً لئون والراس (Leon walras) و پیروان او از مکتب لوزان (یکی از مکاتب نئوکلاسیک) طرفدار کاربرد شدید ریاضیات در اقتصاد بودند، اما در مقابل منکر (manger) و پیروان وی از مکتب اتریش (شعبه دیگر از نئوکلاسیک)، مخالف این مسأله بوده‌اند.

\*\* - چارلز داوین (۱۷۱۴-۱۶۵۶ - Charles Davenant) از بنیان گذاران مکتب مرکانتیلیسم است.

۱ - دکتر فرانسویس کنه (۱۷۷۴-۱۶۹۴ - F.quesnay) بنیان گذار مکتب فیزیوکرات می‌باشد. او در عین حال نقش زیادی در فراهم آوردن زمینه‌های تدوین علم اقتصاد در زمان کلاسیک‌ها داشته است.

نکته لازم به نظر می‌رسد که کاربرد عبارت «اقتصادسنجی» در سال ۱۹۲۶ توسط «رنگر فریش»<sup>\*</sup> آغاز شد.

بطور اساسی‌تر و سازگارتر باید تلاش «کرنو»<sup>\*\*</sup> را برای کاربرد ریاضیات در اقتصاد، حرکتی آغازین تلقی نمود، وی تاکید زیادی بر این امر دارد و در مواردی نوشته‌هایش در زمینه ریاضیات (در سال ۱۸۲۸)، بخشی از ادبیات اولیه بحث را تشکیل می‌دهد. کرنو در خود ریاضیات نیز تحولاتی به عمل آورد. وی نقش ریاضیات را محدود به بیان داده‌های آماری ندانسته، عقیده داشت که باید از ریاضیات در بررسی‌های واقعی روابط میان متغیرها استفاده نمود. برای وی این یک موضوع اساسی محسوب می‌شد. که چارچوبی از تئوری در اختیار داشته باشد که با واقعیت‌های زندگی اقتصادی سازگار باشد.

انتشار نوشته‌های «والراس»<sup>\*\*\*</sup> در سال ۱۸۷۰ و بویژه کتاب علم اقتصاد محض وی در سال ۱۸۷۴ نوشته‌های «پارتو» در سال ۱۸۹۳ و مقاله «جان نیومن»<sup>\*\*\*\*</sup> در سال ۱۹۲۸ را می‌توان اولین مجموعه‌ای دانست که در کاربردهای جدید ریاضیات در اقتصاد تدوین شده است. «پارتو»<sup>\*\*\*\*\*</sup> به همراه «فرانسیس اجورث» (F.Y. Edgeworth, ۱۸۴۵-۱۹۲۶) منحنی بی‌تفاوتی را طراحی کرد، که آن هم قدم دیگری در تکامل اقتصاد ریاضی محسوب می‌شود.

گذشته از اینها، ایروینگ فیشر (I. Fisher, ۱۸۶۷-۱۹۴۷)، ریاضیدان و اقتصاددان معروف نیز، تز دکتری خود را تحت عنوان «ارزیابی ریاضی نظریه ارزش و قیمت» در سال ۱۸۹۲ منتشر ساخت که این نیز تلاشی دیگر در تکامل اقتصاد ریاضی محسوب می‌شد. همچنین گوستاو کسل (K.J. Cassel, ۱۸۶۶-۱۹۴۵)، تین برگن (Tinbergen)، جان

\* - رنگر فریش (R. Friesch) اقتصاد دان معروف نروژی است که در سال ۱۹۶۹ اولین جایزه نوبل در اقتصاد را به همراه تین برگن بدست آورد.

\*\* - آگوستین کرنو (A. Cournot, ۱۷۹۱-۱۸۷۷)، ریاضیدان و فیلسوف فرانسوی است.

\*\*\* - لئون والراس (۱۸۳۴-۱۹۱۰)، ریاضیدان و اقتصاد دان مشهوری است که به همراه جونز و ملگر پدر مکتب نهایی گرایان نیز محسوب می‌شوند. کتاب علم اقتصاد محض وی در سال ۱۸۷۴ منتشر شد. مراجعه شود به: leon walras Elements of Pure Economics Irwing 1954.

\*\*\*\* - جان نیومن (J. Newman, ۱۹۰۳-۱۹۵۷) ریاضی دان معروف در سال ۱۹۲۸ تئوری بازی‌ها را وارد اقتصاد کرد. وی در سال ۱۹۴۲ نیز با کمک اسکار اقتصاد دان در تکامل بیشتر این رشته اقدام نمود.

\*\*\*\*\* - ویلفرد پارتو (Vilfredo Pareto, ۱۸۴۸-۱۹۲۳) ریاضیدان و فیلسوف ایتالیایی است.

هیکس (J. Hicks)، موریس آلیس (M. Allais)، ساموئلسون (Samuelson)، جان نش (J. Nash)، تجالینگ کوپمنز (T.C. Koopmans) و امثال آن نیز در تحولات این رشته نقش داشته‌اند. تین برگن در سال ۱۹۳۰ مدل‌های جدیدی در زمینه اقتصاد سنجی طراحی کرد و جان هیکس نیز کتابی منتشر ساخت که قدم جدیدی در این عرصه محسوب می‌شود. (Hicks: 1939)

قابل توجه است که اگر چه ریشه تحولات اقتصاد ریاضی به اروپا مربوط می‌شود، اما گسترش آن عمده در آمریکا صورت گرفت. زیرا در آمریکا برای حل مشکلات اقتصادی خود، تلاش می‌کردند که از تکنیک‌های ریاضی، استفاده بیشتری به عمل آورند. «پل داگلاس» و «چارلز کاب» به دنبال طراحی تابع تولید مخصوص خود قدم دیگری در تکامل کاربرد ریاضیات در اقتصاد برداشتند.\* استفاده از تکنیک‌های رگرسیونی برای برآورد شاخصهای اقتصادی، استفاده از تئوری احتمال و تئوری بازیها\*\* بخش دیگری از ادبیات موضوع را تکامل بخشیدند.

کاربرد ریاضیات در مقوله اقتصاد رفاه، اقتصاد بین الملل، الگوسازی در پول و بانکداری، تحلیل مسأله اشتغال در بازار کار، آزمون تئوریهای اخیر، محاسبات وسیع کامپیوتری، پیچیده‌تر شدن رفتار متغیرهای اقتصادی نیز باعث گسترش بیشتر این رشته شده است. در عین حال در ارتباط با ارزش گذاری اعتبار ریاضیات و میزان و قلمرو کاربرد آن در اقتصاد، بین صاحب نظران اقتصادی، اختلاف نظر قابل توجهی وجود دارد که در بخش بعدی به برخی از آنها می‌پردازیم.

### ۳- مسائل و دشواریها

در این بخش ضمن پرداختن به فوائد مربوط به کاربردهای صحیح ریاضیات در اقتصاد به مشکلات استفاده نامناسب از آن نیز اشاره می‌کنیم. اصولاً ریاضیات اگر به عنوان یک ابزار علمی مورد استفاده اقتصاد قرار گیرد و به صورتی سازگار با ماهیت خود و اهداف اقتصادی ملاحظه شود. منافع بسیار زیادی در اقتصاد دارد. مثلاً قبل از طراحی رشته اقتصاد سنجی، از آمار و ریاضیات بطور مستقل استفاده می‌شد و منافع زیادی از این روشها حاصل نمی‌شد. اما با وجود ایجاد یک شعبه از اقتصاد ریاضی

\* - تابع تولید کاب داگلاس (Cobb-Douglas) بصورت  $Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$  می‌باشد، که  $Y$  بیانگر تولید،  $K$  و  $L$  عوامل و نهاده‌ها و  $A$  یک ضریب ثابت می‌باشد. در شرایط خاص جمع  $\alpha$  و  $\beta$  یک می‌شود.

\*\* - تئوری احتمال بر مبنای شانس و تصادف است، ولی تئوری بازیها بر مبنای استراتژی است.

یعنی اقتصاد سنجی\* (که نوعی تجزیه و تحلیل آماری و ریاضی تئوریهای اقتصادی است.) منافع مربوطه چند برابر می‌شود.\*\* اصولاً اقتصاد سنجی جهت نزدیک کردن مطالعات تئوریک اقتصادی با واقعیت‌های جامعه، مقوله‌ای کارساز می‌باشد.

عنوان دیگری که در قالب استفاده از ریاضیات در اقتصاد به میزان وسیعی مطرح است، تعادل عمومی است، که با شیوه خاصی به بررسی روابط بسیاری از متغیرهای اقتصادی می‌پردازد. در قالب تعادل عمومی مجموعه‌ای از روابط پیچیده ریاضی برای تحلیل عناصر اقتصادی بکار می‌روند.

تجزیه و تحلیل داده‌ها و ستانده‌ها از عناوین دیگری است که کاربرد دقیقی از ریاضیات در اقتصاد را نشان می‌دهد. این تجزیه و تحلیل، در واقع عصاره و روح تعادل عمومی را در یک قالب ساده شده مطالعات تجربی ارائه می‌نماید. از این رو شاید بتوان آن را شکل خاصی از تعادل عمومی تصور کرد. ضمناً کاربرد تجزیه و تحلیل داده و ستانده در جوامع با نظام متمرکز بیشتر از دیگر نظام‌های اقتصادی می‌باشد. همچنین تئوری بازیها، برنامه‌ریزی خطی و امثال آن از دیگر زمینه‌های بسیار مهم و کارساز در کاربرد ریاضیات در اقتصاد هستند. تئوری بازیها مطالعه رفتار تصمیم‌گیرندگان مستقلی را به عهده دارد که منافع آنها به برخورد همکارانه یا غیر همکارانه رقبای آنها بستگی دارد. (Shubick, 1983) برنامه‌ریزی خطی یک تکنیک بهینه یا بی‌بی می‌باشد که اولین بار در سال ۱۹۴۷ توسط «دانت زیگ» (Dantzig) پیشنهاد شده، هر چند قبل از وی جان نیومن و کانتر و ویچ زمینه‌های اولیه آن را ترسیم کرده بودند. (Luenberger, 1984)

بی‌توجهی به انتظار واقعی از ریاضیات و کاربرد ناسازگار آن باعث شده که در حال حاضر توافقی فراگیر در مورد کاربرد آن در اقتصاد وجود ندارد. به بیان دیگر اگر ریاضیات به عنوان یک ابزار در اقتصاد بکار رود، می‌تواند کارایی مطالعات مربوطه را بالا ببرد. اما اگر «هدف» قرار گیرد، مشکل ساز است. به قول صاحب نظر معروف اقتصاد ریاضی آلفا چیانگ، اقتصاد ریاضی رشته مستقلی نبوده، بلکه یک نگرش محسوب می‌شود. برخی عقیده دارند که ریاضیات به موضوعات مورد بررسی جلوه

\* - هر چند در حال حاضر اقتصاد سنجی به صورت درس مستقلی ارائه می‌شود، ولی این امر با قرار گرفتن این درس در زیر مجموعه اقتصاد ریاضی در تعارض نخواهد بود.

\*\* - آندره مارشال (A. Marshall) اقتصاد دان فرانسوی، طرفداران روش ریاضی را قیاس‌گرایان و طرفداران روش آماری را استقرارگرایان و طرفداران اقتصاد سنجی را مرکب از آن دو می‌نامد.

فنی می‌دهد. بنابراین در علوم مثل فیزیک، شیمی و اخترشناسی و سایر علوم طبیعی قابلیت استفاده زیادی دارد، زیرا رفتار پدیده‌های علوم مذکور عمده تابع قوانین دقیقی هستند.

اما ریاضیات در علوم اجتماعی که در قالب آنها، رفتار انسانی و اجتماعی محور اصلی است، کاربردی زیادی ندارد. زیرا رفتارهای یاد شده تابع قوانین دقیقی نخواهند بود. دیگر این که، با وجودی که روابط انسانی تحت تأثیر متغیرهای زیادی قرار می‌گیرند، اما عناصر ریاضی در قالبهای معینی، تعریف می‌شوند. بدیهی است، اگر انتظار از ریاضیات درست تعریف شود، بحث فوق مطرح نخواهد بود. زیرا در آن صورت ریاضیات صرفاً برای ساده کردن و شفاف ساختن تئوریهای اقتصادی است و نباید از ریاضیات انتظار تئوری سازی داشت.\*

یک هشدار دیگر در مورد کاربرد ریاضیات این است که معمولاً در قالب آن، عناصر ساده و قابل اندازه‌گیری قرار می‌گیرد، در نتیجه در مطالعه مربوط به آن، بسیاری از روابط پیچیده و غیر کمی با وجود اهمیت زیادی که دارند، ممکن است کنار گذاشته شوند. بحث دیگر، خلط ابزار و هدف در کاربرد ریاضیات می‌باشد. باید توجه داشت که هدف از کاربرد ابزار ریاضی، کشف قوانین مطابق با واقع در اقتصاد است، و نه ظاهر سازی و علم نمایی.\*\*

خلط جنبه فنی با جوانب سیاسی اجتماعی، از دیگر هشدارهای مورد توجه در این رابطه است. اصولاً اقتصاد دانان در کاربرد ریاضیات با علائم و فرمولها و اعداد سر و کار دارند. بنابراین ممکن است، در مواردی از واقعیات اجتماعی سیاسی جامعه دور افتند. به عنوان مثال سیاست گذاران اقتصاد ایران در دوره ۸ ساله پس از جنگ با کاربرد شاخصها و اعداد نشان می‌دهند که اقتصاد، با استفاده از نسخه تعدیل اقتصادی از صندوق بین المللی پول، فرایند پویا و موفقی داشته است. ولی این همه معضلات اقتصادی، اجتماعی، سیاسی و فرهنگی که عمده حاصل عملکرد دولتمردان آن دوره

\* - آندره مارشال اقتصاد دان معروف فرانسوی بر اساس نظریه ریاضی دان و اقتصاد دان معروف پرفسور «الن» تصریح می‌کند که: ریاضیات می‌تواند فرمولها و تئوریهها را شفاف سازد، ولی فرمول و تئوری سازی کار ریاضی نیست.

\*\* - ویکسل اقتصاددان معروف تصریح می‌کند که نباید حقیقت اقتصادی را فدای فرمولهای ریاضی نمود.

است، چگونه توجیه می‌شود.\* به نظر می‌رسد در طراحی مدل تعدیل اقتصادی برای ایران به ساختارهای اصلی اقتصاد کشور توجه کافی نشده است.

جلوه کمی و علمی دادن به تئوری اقتصادی، از دیگر زمینه‌های کاربرد ریاضیات در اقتصاد است. برخی از اقتصاد دانان علاقه دارند، که امور تئوریک را به صورت کاملاً کمی جلوه دهند. ایروینگ فیشر که مولف اولین کتاب اقتصاد ریاضی نیز محسوب می‌شود، تصریح می‌کند، تا تئوری اقتصادی، منجر به تجزیه و تحلیل کمی نشود بی فایده است و ریاضیات این قدرت تحلیل را دارد.\*\*

گویی کمی کردن تئوریه‌ها و جلوه ریاضیاتی دادن به آن، علمیت و اعتبار علمی نیز برای آن به همراه داشته است. همچنین عده‌ای طرح کاربرد وسیع ریاضیات از نظر گالیه را به تمام رشته‌ها سرایت می‌دهند.\*\*\* لئونتیف نیز تاکید زیادی دارد که امور اقتصادی را کمی نماید و اختراع دستگاه داده - ستانده توسط وی، نمونه این امر است. در عین حال کار وی بسیار ارزشمند است و ریاضیات را در جایگاه مناسب خود به کار برده است.

با وجودی که طراحی تئوریه‌ها با استفاده از ریاضیات، جنبه فنی به آن می‌دهد و برای ساده سازی آن مفید است، اما دو مطلب را در این مورد باید در نظر داشت: یکی این که این امر لزوماً اعتبار علمی برای مطالعه مذکور به همراه ندارد، زیرا علمی بودن به انسجام و روشمندی و سازگاری محتوا و دارا بودن قابلیت بررسی و غیر جانب دارانه بودن و امثال آن مربوط است و این لزوماً با ورود ریاضیات تأمین نمی‌شود. دوم این که اصولاً برخی از عناصر اقتصادی، قابلیت کمی شدن ندارند. مثلاً بسیاری از ابعاد انگیزه‌های کارگزاران اقتصادی و اهداف اصلی برنامه ریزان اقتصادی و بسیاری از

---

\* - به عقیده ما بسیاری از دشواری‌های اقتصادی و نابسامانی‌های اجتماعی و سیاسی فعلی کشور نیز ریشه در کارکرد بلند پروازانه و بدون مطالعه کافی دولتمردان در ۸ ساله پس از جنگ دارد. رجوع کنید به: دادگر، ۱۳۷۷

\*\* - ایروینگ فیشر (۱۹۴۷-۱۸۶۷) اصالتاً ریاضی دان بود ولی بخاطر علاقه‌اش به اقتصاد مطالعات در آن رشته را نیز ادامه داد. وی نهایی گرا است و شومپیتر وی را به عنوان بزرگترین اقتصاد دان آمریکا در زمان خود معرفی می‌کند.

\*\*\* - گالیه ریاضیدان معروف، جمله‌ای به این مضمون دارد که: چیزی در طبیعت نیست مگر آن که می‌توان آن را با ریاضیات نشان داد. البته بیان گالیه عمده مربوط عناصر فیزیکی و طبیعی است و تمامی ابعاد زندگی انسانی را نمی‌توان با ریاضی نشان داد.

نهادهای و سنتهای اقتصادی و اندیشه‌ها و عقاید اقتصادی از این نمونه است. ذکر بیانی از ماکس وبر در این رابطه مفید به نظر می‌رسد. وی تصریح می‌کند که: علوم طبیعی مبتنی بر ریاضیات، بر دو عنصر متکی است: یکی همان تفکر عقلانی است که از فلسفه یونان نشأت گرفته و دیگری آزمون تجربی است که مربوط به دوره رنسانس است. (morishima, 1984) اشاره به این امر توسط (وبر) که خود صاحب نظر متدلورژی در علوم اجتماعی است، قابل تأمل است. به بیان دیگر این گونه نیست که تمامی ابعاد استفاده از ریاضیات در اقتصاد از یک ضرورت واقعی شکل گرفته و روندی طبیعی و سازگار داشته باشد.

### والراس و مشکلات تئوری «اقتصاد محض»

ریشه برخی از مسائل یاد شده، به تصویر اقتصاد به عنوان یک علم تجربی و طبیعی برمی‌گردد که عمده از زمان والراس آغاز شد. والراس به خاطر تجربی ساختن علم اقتصاد بطور وسیع از ریاضیات استفاده می‌کند. او در ترسیم اقتصاد محض، گویی از فیزیک محض سخن می‌گوید.

والراس در یک جا می‌گوید: در اقتصاد محض، باید فرض کنیم، بازار کاملاً رقابتی است. همانطور که در مکانیک محض فکر می‌کنیم، هیچ نوع اصطکاکی وجود ندارد. اقتصاد نیز همانند نجوم و مکانیک، علمی تجربی و عقلانی است. (Ibid) ساموئلسون، کوپمانزو استیون نیز تصریح می‌کنند که: اقتصاد با مطالعه پیرامون تجربیات ارتباط دارد همانطور که فیزیک یا زیست‌شناسی نیز چنین هستند. (Ibid)

بدیهی است علم محض والراسی با وجود منافع علمی، کاربرد قابل توجهی در جهان واقعی ندارد. البته پرفسور «ارو» و همچنین پرفسور «هان» تصریح می‌کنند که حتی ۷۰ سال پس از مرگ والراس هم هنوز اقتصاد تبدیل به علم محض نشده است. (Arrow, 1988) اساساً تجسم اقتصاد محض والرسی، همان الگوی تعادل عمومی رقابتی وی است که جنبه غیر واقعی دارد و به همین خاطر از دهه ۱۹۶۰ به بعد تلاشهای زیادی برای تعدیل و یا جایگزینی آن به عمل آمده است. در الگوی مربوطه فرض می‌شود که کلیه قیمت‌ها در بازار به صورتی آزادانه تعیین می‌شوند. بدیهی است، این فرض، حتی در بخش وسیعی از بازارهای کشورهای پیشرفته نیز واقعیت ندارد تا چه رسد به اقتصاد دیگر کشورها. این است که الگوی والراسی عملاً به صورت یک مدینه

فاضله، قابل ذکر است و در بسیاری از کشورها اساساً کاربرد ندارد.

اگر قرار باشد، قضایای ریاضی در تحلیل اقتصادی، جنبه واقعی داشته باشند، باید این قضایا با شرایط اقتصادی جامعه مورد نظر سازگار باشند. به همین خاطر جدول داده ستانده در یک کشور سوسیالیستی با یک نظام سرمایه داری و یا اسلامی تفاوت دارد. جالب توجه است که پیچیدگی جهان واقعی به گونه‌ای است که حتی در درون نظام سرمایه داری چندین زیر نظام وجود دارد که با هم تفاوت جدی دارند. نظام سرمایه داری در ژاپن با نظام سرمایه داری در انگلستان تفاوت دارد مثلاً نظام سرمایه داری در آلمان با نظام سرمایه داری در آمریکا متفاوت است. (ر.ک: دادگر، ۱۳۸۰: صص ۲۶-۶)

همین طور در کشورهای سوسیالیستی و اسلامی نیز زیر نظام‌های مختلفی وجود دارند. نگرش اسلامی در مالزی و پاکستان، با نگرش اسلامی در ایران و مصر تفاوت دارد. دیدگاه اسلامی در افغانستان با نگرش اسلامی در لبنان متفاوت است. گرایش سوسیالیستی در چین با روسیه یکسان نیست، اندیشه سوسیالیستی در کوبا با کره شمالی یکسان نیست. بنابراین عقلایی نیست به دنبال کاربرد یک الگوی ریاضی جهان شمول جهت کاربرد در یک تئوری اقتصادی باشیم.

اصولاً کاربرد نامناسب هر ابزار و استفاده از آن بیش از توان واقعی‌اش دارای بازدهی نهایی منفی خواهد بود. در بسیاری از کشورهای غربی و بویژه در دنیای آنگلوساکسون کاربرد ریاضیات در اقتصاد بطور وسیعی بالاتر از ظرفیت علمی آن است. اما ابزار ریاضی در چین و ژاپن و تا حدودی در روسیه و حتی در آلمان و فرانسه، به میزان کمتری حاکم شده و لذا دشواری زیادی به همراه ندارد.\*

البته در صورتی که صاحب نظران اقتصادی و ریاضی، ابتدا به مطالعه عمیق و همه جانبه جامعه مورد نظر بپردازند و اطلاعات لازم در امور اجتماعی نهادی، فرهنگی و حتی امور تاریخی آن بدست آورند، سپس از الگوهای ریاضی در طراحی امور اقتصادی استفاده کنند، این امر هم موجب پیشرفت مطالعات اقتصادی می‌شود و هم زمینه گسترش قضایا و قواعد ریاضی را فراهم می‌کند. لئونتیف در مقاله‌ای که به افتخار «ویگلارد جیبس» ریاضیدان معروف ارائه می‌دهد، تصریح می‌کند که ریاضیات می‌تواند

\* - جالب توجه است که ژاپن‌ها و چین‌ها، از ریاضیات خاص چینی و ژاپنی، سخن می‌رانند و دستگاهی چون کامپیوتر را چیزی جز «چرتکه مدرن» نمی‌دانند و این نشانه ابزار انگاری آنها نسبت به تکنیکهای ریاضی است.

در مواردی از طراحی و پاسخگویی به مشکلات اقتصادی، به گسترش قواعد خود نیز بپردازد. (Leontief, 1954)

اصولاً برخی از مواد اقتصادی قابلیت کمی پذیری ندارند، از این رو در قالب انتظار از کاربرد ریاضیات در این جا مشکل مضاعفی بروز خواهد کرد. موادی چون بررسی اندیشه‌ها و عقاید اقتصادی، مطالعه برخی از نهادهای مربوط به نظامها و اهداف تصمیم‌سازان و مجریان اقتصادی از این قبیل هستند. حتی زمانی که اقتصاد دان بتواند یک مدل تعادل عمومی صحیح را پی ریزی کند، اما فاقد پشتوانه نهادی کافی باشد (بطوری که نتوان نتایج آن را در یک وضع واقعی مشاهده کرد)، اعتبار علمی نخواهد داشت. بدیهی است، با توجه به این که یک تئوری مانند تعادل عمومی کل اقتصاد را به مثابه یک مجموعه به هم مرتبط طراحی می‌کند، در صورتی که با واقعیات جامعه مورد نظر، سازگار باشد، حرکت قابل توجهی است.

### سازگاری دیدگاه لئونتیف

لئونتیف در طراحی مشکلات و مسائل اقتصاددانان از منظر ریاضیدانان، مهارت جالب توجهی دارد. وی که از دیگر سردمداران کاربرد ریاضیات در اقتصاد است، در عین حال آن را کارآمدتر از دیگران استفاده کرده است. او می‌گوید: در هر نظام اقتصادی یک سلسله داده وجود دارد، مقداری منابع انسانی و غیر انسانی، میزانی اطلاعات فنی، یک سری اهداف و ترتیبات در مورد مصرف کننده، یک چارچوب نهادی مثل بازار و امثال آن. بر اساس آنها می‌توان رفتار یک سری مجهولات مثل تولید، بیکاری، قیمت، سرمایه‌گذاری و غیره را مورد مطالعه قرار داد. (Ibid)

بخش اخیر می‌تواند، از طریق ریاضیات استخراج شود. به این خاطر است که اقتصاد دانان و ریاضی دانانی چون «دانیل برنولی»، «کرنو» و «دوپویی» (Dupuit) توانسته‌اند زمینه‌های استخراج تئوری تعادل عمومی را فراهم آورند. (Ibid)\*

لئونتیف نیز بر تجربی بودن و آزمون پذیری تئوریها تاکید می‌کند و طبق عقیده

\* - اصولاً عرضه و تقاضا، ابتدا توسط «برنولی» (D. Bernoulli) تدوین شده است. برنولی‌ها یک خانواده فرهنگی هلندی بودند، که همگی صاحب نظر هستند. نزولی بودن مطلوبیت نهایی را پارتو ترسیم کرد. کرنو و دیگران نیز در تدوین دیگر اجزای تعادل عمومی نقش داشته‌اند. از این رو در واقع والراس را احیاءگر، و نه بنیان گذار تعادل عمومی باید تلقی کرد.

وی تنها در این راستاست که می‌شود به کارکرد تئوریهای اقتصادی اطمینان داشت. از این رو با کمک ریاضیات به عملیاتی کردن ریزترین عناصر اقتصادی مبادرت می‌نماید. طبق نظر وی اقتصاد دان باید ابتدا هدف خود را به صورتی شفاف بیان کند. هدف، گاهی امری اثباتی، و گاهی ماهیت دستوری دارد.

مثلاً اقتصاددان باید منظور خود را از این که هدف، رفتار عقلانی است روشن کند. آیا این است که افراد عقلانی رفتار می‌کنند و یا باید عقلانی رفتار کنند. بدیهی است در حالت اول، نیاز به تجربه است. ولی در وضعیت دوم تنها یک امر هنجاری و دستوری مورد نظر است و نیاز به تجربه نیست. زیرا ریاضیات می‌تواند، به شکل اصل موضوعی به صورت یک هدف آرمانی مورد استفاده اقتصاددان قرار گیرد. مثلاً ممکن است، معنای عدالت در یک جامعه این باشد که برای همه حداقل رفاه فراهم شود. و حداقل مربوطه به صورت مجموعه‌ای از مواد خوراکی و پوشاکی و مسکن و آموزش و بهداشت تعریف شود. بدیهی است این امر ماهیتاً امری هنجاری است، ولی با کمک ریاضیات می‌توان آن را به سادگی بیان کرد. ملاحظه می‌شود که لئونتیف کاربرد ریاضیات در اقتصاد را محدود به عناصر و چارچوبهایی می‌داند.

### دیگر مسائل کاربرد نامتناسب ریاضیات در اقتصاد

بدیهی است، برخی از عناصر که تحلیل کمی برنمی‌تابند، در مقابل تجزیه و تحلیل‌های مبتنی بر روابط تابعی دقیق (که در قالب آن متغیرهای مربوطه جنبه کمی و ریاضی پیدا کنند) مقاومت می‌کنند. اصرار بر ریاضی سازی امور ناسازگار غلط انداز و مشکل آفرین می‌باشند. شاید به خاطر همین تسلط غیر طبیعی روش ریاضی در اقتصاد باشد که تا زمان بروز نظریه کینز، تنها تئوری قیمت و اقتصاد خرد، قلب اقتصاد محسوب می‌شدند، زیرا فقط اینها در قالب الگوی ریاضی استخراج شده بودند.

نگرش جهان شمول و سیطره غیر سازگار روش ریاضی در اقتصاد ممکن است تنها به ارائه ظواهری سیستماتیک از عناصر اقتصادی بسنده کند و الگوهای زیبا و سازگاری (از نقطه نظر ریاضی) بدست دهد، اما قادر به حل و فصل هیچ مشکل واقعی در اقتصاد نباشد. یعنی یک طمطراق ظاهری و پرسنیزی از علم محض حاصل شود، ولی بسیاری از مسائل و عناصر اصلی و واقعی کنار گذاشته شود. وانگهی با وجود این نارسایی در بسیاری از محافل، کاربرد روش ریاضی به صورت معیاری جهت

ارزشمندی مطالعات مربوطه درآمده است.

باید توجه داشت که با وجود ظرفیت قابل توجه اقتصاد، برای کاربرد ریاضیات و با وجود نقش ارزشمند ریاضیات در ساده سازی امور اقتصادی، در عین حال، اقتصاد، فیزیک نخواهد شد و روشهای آماری و ریاضی جانشین تمامی امور توصیفی در اقتصاد نخواهند شد. هنجارها، مبانی عقیدتی و اخلاقی و گرایشات روحی انسان بر رفتار وی تاثیر می‌گذارد که در نتیجه بر امور اقتصادی مؤثر خواهد بود، اما در عین حال در همه حالات و شرایط قابلیت ارائه در یک رویکرد ریاضی را ندارند.

از دیگر دشواریهای کاربرد نامتناسب ریاضیات در اقتصاد خلط، ابهام و غموض مربوطه با عمق و دقت مورد نظر می‌باشد. کاربرد ریاضیات در اقتصاد (همانطور که قبلاً نیز اشاره شد)، سهولت و دقت می‌آورد، ولی نمی‌تواند به مدلهای اقتصادی حقیقت، درستی، صداقت و شفافیت عطا کند. از این رو گاهی صداقت و حقیقت فدای سهولت و زیبایی ظاهری می‌شود. اصولاً ریاضیات بر اساس مفروضاتش و با توجه به تعاریف و شرایط مربوطه، به روشن‌تر ساختن درک امور مربوط به تئوری اقتصادی مبادرت می‌ورزد ولی چیز دیگری استخراج نمی‌کند.

قابل ذکر است که کاربرد ناسازگار ریاضیات در اقتصاد به حوزه اقتصاد نئوکلاسیک محدود نشده و حتی در مطالعات مربوط به اقتصاد اسلامی نیز سرایت کرده است. مطالعات یاد شده با وجودی که مراحل اولیه خود را می‌گذرانند و هنوز به مراحل طراحی دقیق مربوط به مبانی معرفت‌شناسی و روش‌شناسی نرسیده‌اند، در عین حال به دلیل همان اهداف ظاهری و علم‌نمایی، گاهی از پیچیده‌ترین ابزار ریاضی برای بیان تئوری مورد نظر استفاده می‌کنند. (دادگر، ۱۳۷۸: صص ۴۰-۲۵) با وجودی که کاربرد ریاضیات در معرفت اقتصاد اسلامی نیز می‌تواند مفید واقع شود، ولی کاربرد نامتناسب، مطالعه نشده و افراطی آن در رشته مذکور زیان مضاعفی خواهد داشت. زیرا ضمن دربرداشتن زیبایی ظاهری و طمطراق علم‌نمایی، به خاطر وجود مبانی وسیع ارزشی در اسلام (و هر نگرش دینی دیگر)، واقع‌نمایی و عمق مدلهای یاد شده بسیار کم خواهد بود.

در هر صورت این هشدارها نباید به منزله کم‌اهمیت جلوه دادن نقش ریاضیات در اقتصاد تلقی شود، بلکه تنها برای بهره‌برداری دقیق‌تر و سازگاری علمی آن می‌باشد، زیرا کاربرد ریاضیات در اقتصاد (چه اقتصاد نئوکلاسیک بطور خاص و چه اقتصاد

متعارف بطور عام و حتی اقتصاد اسلامی و غیر آن) در برخی زمینه‌ها اجتناب‌ناپذیر و ضروری می‌باشد.

#### ۴ - نتایج قابل ملاحظه

در این جا فهرست وار به نوعی جمع بندی از ارتباط ریاضیات و اقتصاد می‌پردازیم.

۱- اصل استفاده از ریاضیات در علوم بطور کلی و علم اقتصاد بطور خاص، مفید و تسهیل کننده می‌باشد و از این رو مورد توجه و تاکید صاحب نظران اقتصاد نیز می‌باشد.

۲- استفاده اقتصاد و ریاضیات از یکدیگر جنبه دو طرفه دارد. به این صورت که از یک طرف اقتصاد برای الگوسازی، نظریه پردازی، ترسیم اصول موضوعه، شفاف سازی مفاد تئوریهای خود و امثال آن از ریاضیات استفاده می‌کند و از طرف دیگر ریاضیات نیز در فرایند ارتباط و همکاری با اقتصاد به گسترش قواعد خود پرداخته است. به این صورت که تفکر بر روی حل و فصل مشکلات اقتصادی و ایجاد پرسش در آن باعث شده که ریاضیات در پاسخ به آن، قواعد جدیدی استخراج نماید. معروف است که برنامه ریزی خطی در ریاضیات به دنبال ضرورت مطالعات اقتصادی تدوین شده است. وانگهی عقلانیت اقتصادی نیز در بهینه سازی ریاضی مؤثر بوده است. زیرا برای توجیه حداکثر منافع در اقتصاد، مدلهای ریاضی و قواعد جدیدی در این رابطه بدست آمده است.

۳- حل و فصل مشکل ایجاد ارتباط میان مفاهیم تئوریک و کاربردی در اقتصاد (ایجاد ارتباط بین نظریه و عمل و تحلیل آن)، ساده شدن درک مفاهیم اقتصادی، عملیاتی کردن ارتباط متغیرهای اقتصادی، آزمون تئوریها و موارد مشابه از نقشهای مهم دیگری است که ریاضیات می‌تواند در کنار اقتصاد ایفا کند.

۴- زمانی که بتوان قواعد و قوانین اقتصادی و فرضیات مربوطه را به صورت ریاضی بیان کرد، دقت خاصی بر مطالعه مورد نظر حاکم می‌شود و این روند می‌تواند منشأ استخراج نتایج دقیقی گردد. البته در مواردی که بررسی روابط مورد نظر پیچیدگی خاص دارند، شیوه‌های ادبیاتی و حتی هندسی، پاسخ قانع کننده‌ای ارائه نمی‌دهند و ریاضیات تنها راه حل ارزیابی علمی در اقتصاد می‌شود.

۵- یکی از زمینه‌های کاربرد ریاضیات در اقتصاد، مقوله اقتصادسنجی است که در صورت وجود آمار واقعی و مبانی تئوری اقتصادی قوی، می‌تواند در عملیاتی کردن بسیاری از رفتارها، نقش جدی داشته باشد.

۶- پیمودن راه افراط و تفریط در کاربرد ریاضیات در اقتصاد، امری ناپسند و ناکارآمد است. از این رو بلند پروازی در کاربرد مذکور و یا حمله شدید و بنیان برافکن در این رابطه، غیر معقول و غیر علمی است. استفاده سازگار از این علم در اقتصاد بسیار مناسب است.

۷- باید توجه کرد که ریاضیات مانند گذشته به صورت یک ابزار در کنار اقتصاد محسوب گردد و ورود آن به مقوله هدف می‌تواند دشوار آفرین باشد. اصولاً ریاضیات ساده سازی می‌کند ولی نظریه پردازی کار ریاضیات به تنهایی نیست.

۸- باید ملاحظه کرد که همه رفتارها و عناصر اقتصادی، در همه شرایط قابلیت کمی شدن ندارند و در نتیجه اصرار بر کاربرد ریاضی در این حوزه‌ها صرفاً نشانه استفاده از منافع شکلی و پرستیژی می‌باشد.

۹- ساده سازی ریاضی نباید باعث تحت الشعاع قرار گرفتن اهداف مهم اقتصادی و همچنین فراموش کردن عناصر پیچیده در رفتار انسانی شود. شاید بتوان پیروزی انسان بر کامپیوتر (در مسابقه اخیر شطرنج) را نمودی از این پیچیدگی انسان و ابزاری بودن ریاضیات تلقی نمود.\*

۱۰- گروهی از اقتصاد دانان بر کاربرد ریاضی بسیار تاکید می‌کنند و گروهی دیگر بر آن اصرار ندارند. دو اقتصاد دان معروف یعنی کینز و مارشال که هر دو در عین حال از ریاضیدانان صاحب نام نیز هستند، در اکثر تحلیلهای خود از ریاضیات استفاده نکرده‌اند. این امر لزوماً نه مدح آنان محسوب می‌شود و نه ذم آنان است.

۱۱- کاربرد ریاضیات، لزوماً بیانگر علمیت مطلب مورد نظر نیست.

۱۲- کاربردهای شکلی و علم نمایی ریاضیات اخیراً در متون مربوط به اقتصاد اسلامی نیز وارد شده، بر محققان این رشته است که تعادل در مطالعات آن حوزه را نیز حفظ نمایند.

\* - اشاره به مسابقه شطرنج باز معروف «کاسپاروف» و پیروزی وی بر کامپیوتر در یکی از بازیهای شطرنج می‌باشد.

## منابع

- ۱ - دادگر یدالله، تحولات اقتصاد سرمایه داری و قرانتهای گوناگون آن، نشریه پژوهشهای اقتصادی، پژوهشکده اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس، سال اول، شماره ۲، تابستان و پاییز ۱۳۸۰.
- ۲ - —، تحلیلی کلی از اقتصاد ایران، نشریه نامه مفید، سال ۱۳۷۷، شماره‌های ۱۵ و ۱۶.
- ۳ - —، نگرشی بر اقتصاد اسلامی، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۷۸.
- ۴ - دونالد مک لاسکی، خطابه علم اقتصاد، ترجمه: یدالله دادگر و حمید اشرف زاده، نشریه نامه مفید، سال ششم، شماره ۲۳.
- 5- Bhatia, H.I., History of Economic thought, Vikas publishing house, 1992.
- 6- Dorfman, Robert, Application of linear programming to the theory of the firm, Berkeley 1951.
- 7- Friedman M. and A.schwartz, Alternative Approaches to Analysing Economic data, American Economic Review 81(1), 1991.
- 8- Hicks, John, vaLUE and capital, Blackwell, 1939.
- 9- K.j. Arrow and H.frank Hahn.General competitive Analysis, North HOll and 1988
- 10- Keisler, H.T., Mathematical logic and computability, Mcgrawhill, 1996.
- 11- Luenberger D.E(1984) cintroduction to linear programing addison wesley.
- 12- Marchi, D., post poperian Methodology of Economics london, klower 1993
- 13- Morishima, M., the good and bad uses of Mathematics. Blackwell 1984.
- 14- Newman John and Oskar Morgenstern, theory of games and Economic behavior, princeton University press 1953.
- 15- Rosenberg, A., Mathematical politics or science of Diminishing Returns.? chicago University press, 1992.
- 16- W. Leontief, mathematics in Economics, Mathematical society, vol 60, 1954.
- 17- Wald, A., on some systems of Equations of mathematical Economics, Economica, Vol 19, 1951.
- 18- Windsor-preston, Rules of the game in the global Economic regimes, Klower Academic publisher 1992.
- 19- chiang, Alpha, fundamental methods of mathematical Economics, Mcgrawhill, 1984.
- 20- chow, G.C. Econometrics, Mcgrawhill 1988.
- 21- koopmans, Tjalling, statistical inference in dynamic Economic models, willey, Newyourk, 1950.

- 22- leontief, W., input-output Economics, New york 1966.
- 23- leontief, wassily, Essays in Economics, oxford university press 1966.
- 24- shubick, M., game theory in the social sciences. MIT, Press 1982.
- 25- shubick. M(1983), game theory in the social sceinces cambridge (MIT press.)
- 26- stigler, Geoge, the mathematics in Economics, macmillan 1950.
- 27- walras, Leon, Elments of pure Economics, Irwing 1954.
- 28- william spiegel, Henry, the growth of Economic thought, prentice hall 1971.



مرکز تحقیقات کامپیوتر علوم اسلامی