پیش‌بینی نرخ ارز با استفاده از شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک

حسین عباسی‌نژاد
دانشیار دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران
احمد محمدی
دانشجوی دکترای اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی

تاریخ دریافت: ۸۵/۱۱/۱۴
تاریخ تایید: ۸۶/۰۴/۰۳

چکیده

پیش‌بینی نرخ‌های ارز یکی از مسائل مهم مالی است که به خاطر مشکلات ذاتی و کاربردهای عملی آن توجه زیادی را به خود جلب کرده است. روش‌های تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی به طور سنتی بر دو مفهوم مانایی و خطی بودن بنیان نهاده شده‌اند. اما در مواردی که پویایی سیستم ویژگی غیر خطی بالایی را نشان می‌دهد، عملکرد این مدل‌های سنتی عمدتاً ضعیف می‌باشد. از طرف دیگر شبکه‌های عصبی مصنوعی و تبدیل موجک توانایی بالقوه خوبی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی از خود نشان داده‌اند. از این‌رو در این مقاله روش پیش‌بینی ارائه می‌شود تا قدرت شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک را با هم ترکیب می‌کند. در این روش نرخ‌های ارز اصلی که باید پیش‌بینی شوند، در ابتدا با استفاده از تکنیک موجک به مؤلفه‌های مقیاسی متفاوتی تجزیه می‌شوند. در مرحله بعد تکنیک شبکه‌های عصبی برای مدل‌بندی هر کدام از مؤلفه‌های سری‌های زمانی بکار گرفته می‌شود و پیش‌بینی نهایی سری‌های زمانی اصلی با ترکیب پیش‌بینی این مؤلفه‌ها بدست می‌آید. این روش برای پیش‌بینی یک و ده گام به جلوی نرخ‌های ارز روزانه بکار گرفته می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که عملکرد این روش پیشنهادی در مقایسه با مدل شبکه عصبی و مدل **ARIMA** در پیش‌بینی‌ها از یک گام تا ۵ گام به جلو بهتر است.

واژگان کلیدی: تبدیل موجک، شبکه‌های عصبی، پیش‌بینی نرخ ارز
طبقه بندی موضوعی: C22, C45, C53, F31

مقدمه

نرخ ارز و ریسک مربوط به آن نقش بسیار مهمی در متنوع‌سازی پورتفولیو بین‌المللی[1] و نیز تنظیم سیاست‌های اقتصادی بازی می‌کند. به طور مثال در بازارهای مالی بین‌المللی انتظارات مربوط به نرخ‌های آتی ارز روی بسیاری از تصمیمات بنگاه نظیر سرمایه‌گذاری، داد و ستد تأمینی[2]، قرض دادن و قرض گرفتن تأثیرات فراوانی می‌گذارد. اما این امر با توجه به ساختار اقتصادی ایران اهمیت دوچندانی پیدا می‌کند. از آنجا که قسمت اعظم درآمدهای ارزی کشور از طریق فروش نفت

1- International portfolio
2- Hedging

خام تأمین می‌شود و منبع اصلی درآمد دولت نیز همین فروش نفت خام می‌باشد، به همین علت تغییرات نرخ ارز می‌تواند تأثیرات بسیاری بر ساختار اقتصادی کشور و بازارهای داخلی داشته باشد. از جمله تأثیرات آن می‌توان به اثر آن بر تولید، نقدینگی، تورم، کسری بودجه، صادرات و واردات اشاره کرد. با توجه به موارد گفته شده جای تعجب نیست که حجم عظیمی از ادبیات اقتصادی به مدل‌بندی و پیش‌بینی نرخ‌های ارز پرداخته است.

به طور کلی در زمینه پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی و از جمله نرخ ارز دیدگاه غالب، مدل‌های سری زمانی می‌باشد. روشهای تجزیه و تحلیل سری زمانی به طور سنتی بر دو مفهوم مانایی و خطی بودن بنیان نهاده شده‌اند. مدلهای خطی نظیر خود رگرسیونی (AR)، میانگین متحرک (MA) و مدلهای ترکیبی ARIMA اغلب تحت این فروض بکار گرفته می‌شوند. اما در مواردی که پویایی سیستم ویژگی غیر خطی بالایی را نشان می‌دهد، عملکرد این مدل‌های سنتی عمدتاً ضعیف می‌باشد. این در حالی است که نرخ ارز نیز به عنوان یکی از متغیرهای مهم اقتصادی رفتار غیر خطی از خود نشان داده است. تاریخچه پیش‌بینی نرخ ارز نشان می‌دهد که پیش‌بینی این متغیرمشکلات ذاتی به‌همراه دارد. از جمله کارهای اولیه که در این زمینه انجام گرفته می‌توان به کار میس و روگوف[1] (۱۹۸۳) اشاره کرد. آنها با استفاده از مدل‌های ساختاری و بر اساس تئوری‌های قیمت گذاری دارایی و پولی در زمینه تعیین نرخ ارز، به پیش‌بینی نرخ ارز پرداختند ولی مدل آنها عملکرد ضعیفی در مقایسه با الگوی سنتی گام تصادفی در پیش‌بینی خارج از نمونه داشت. بوث و گلاسمن[2] (۱۹۷۸) نیز به نتایج مشابهی برای پیش‌بینی یک سری نرخ ارز در دوره ۱۹۸۴-۱۹۷۶ رسیدند.

حدود دو دهه تلاش برای یافتن مدل‌هایی که بتواند بر گام تصادفی غلبه کند بی‌نتیجه ماند و نتایج چندانی بدست نیامد. اما کیلیان و تیلور[3] (۲۰۰۱) معتقدند که عملکرد ضعیف پیش‌بینی مدل‌های سنجی به خاطر محدودیت‌های مدل‌های آماری خطی می‌باشد. مطالعات انجام گرفته در طول سالیان نشان از رفتار غیر خطی نرخ ارز دارد. این حقیقت که نرخ‌های ارز رفتار غیر خطی دارند ادبیات مدل‌های غیر خطی را گسترش داده و آن‌را پربار کرده است. یکی از مدل‌های غیر خطی که توانایی بالقوه خوبی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی و نرخ ارز از خود نشان داده است، شبکه‌های عصبی می‌باشد. شبکه‌های عصبی تکنیک‌هایی هستند که به تقلید سیستم عصبی بیولوژیکی انسان می‌پردازند که تاکنون در بسیاری از زمینه‌ها نظیر تجارت، صنعت و علوم تجربی مورد استفاده قرار گرفته‌اند و نتایج بسیار خوبی بدست داده‌اند. مدل‌های شبکه‌های عصبی نشان

1- Meese & Rogoff
2- Boothe & Glassman,1987
3- Kilian & Taylor,2001

داده‌اند که در پیش‌بینی خارج از نمونه توانایی بهتری نسبت به مدل‌های آماری متعارف دارند. ویگندو همکارانش[1] (۱۹۹۲) مشاهده کردند که در پیش‌بینی نرخ‌های روزانه ارز، مدل شبکه عصبی عملکرد بهتری در مقایسه با مدل گام تصادفی دارد. لیسی و اسکایاو[2] (۱۹۹۹) به مقایسه عملکرد مدل‌های شبکه عصبی و مدل‌های آشوبی در پیش‌بینی نرخ ارز ماهیانه پرداخته‌اند. آنها دریافتند که مدل شبکه عصبی به خوبی مدل آشوبی پیش‌بینی می‌کند و عملکرد این دو مدل از مدل گام تصادفی بهتر می‌باشد. از طرف دیگر اخیراً علاقه مجددی به گسترش‌های خطی سیگنال‌ها به ویژه با استفاده از موجک‌ها[3] و تعمیمات آنها پدیدار گردیده است. تئوری موجک یک ابزار ریاضیاتی برای تجزیه[4] سیگنال‌ها و از این رو تکنیکی مفید برای نمایش[5] سیگنال‌ها در سطوح مختلف ارائه می‌دهد. لیانگ و پیج[6] (۱۹۹۷) نشان داده‌اند که چند نمایشی سیگنال‌ها قدرت تعمیم‌دهی و توانایی شبکه عصبی در پیش‌بینی را تقویت می‌کند. میترا[7] (۲۰۰۵) یک شبکه عصبی را (که توسط الگوریتم ژنتیک آموزش دیده است) برای پیش‌بینی نرخ روزانه ارز بکار گرفته است. در این تحقیق داده‌ها قبل از ورود به لایه ورودی به وسیله تبدیل ناپیوسته موجک تجزیه شده است. نتایج حاکی از عملکرد بهتر مدل پیشنهادی در مقایسه با سایر مدل‌های معرفی شده دارد. شین وهان[8] (۲۰۰۰) نیز با استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک به پیش‌بینی چند نرخ ارز به صورت روزانه پرداخته‌اند. آنان نیز مشاهده کردند که عملکرد مدل پیشنهادی در مقایسه با سایر مدل‌ها بسیار بهتر است.

در این مقاله سعی می‌شود که روشی مناسب برای ساخت مدل‌های پیش‌بینی نرخ ارز ارائه شود. روش پیشنهادی در این مقاله برای پیش‌بینی نرخ ارز، استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک[9] می‌باشد. در این مقاله داده‌های اولیه قبل از ورود به لایه ورودی شبکه عصبی با استفاده از تبدیل ناپیوسته موجکDWT[10] به مؤلفه‌هایی براساس مقیاس و یا فرکانس متفاوت تجزیه می‌شوند. سپس برای هر کدام از مؤلفه‌ها، مدل شبکه عصبی را بکار می‌بریم. پیش‌بینی نهایی با ترکیب کردن پیش‌بینی‌های سری‌های زمانی مؤلفه‌ها انجام می‌گیرد. در نهایت این روش پیشنهادی را برای ساختن مدل‌های پیش‌بینی یک گام به جلو و چند گام به جلوی نرخ‌های ارز دلار آمریکا، یورو، پوند انگلیس و ین ژاپن بکار می‌بندیم. از طرفی برای بررسی کارایی مدل پیشنهادی، این مدل را با خود مدل شبکه عصبی و مدل خطی ARIMA مقایسه می‌کنیم.

1- Weigend et al
2- Lisi & Schiavo
3- Wavelet
4- Decomposition
5- Resolution
6- Liang & Page
7- Mitra
8- Shin & Han
9- Transformation
10- Discrete wavelet transformation

در بخش اول شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک معرفی شده و مدل پیشنهادی همراه با مدل شبکه‌های عصبی ارائه می‌گردد و با استفاده از این مدل‌ها پیش‌بینی‌های مربوطه انجام می‌گیرد. در بخش دوم مدل خطی ARIMA معرفی و ارائه می‌گردد و با استفاده از این مدل نیز به پیش‌بینی نرخ‌های ارز پرداخته می‌شود. در بخش سوم نیز به مقایسه عملکرد این مدل‌ها و نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۱ـ شبکه‌های عصبی، تبدیل موجک، مدل پیشنهادی و مدل شبکه عصبی

۱ـ۱ـ شبکه‌های عصبی

شبکه‌های عصبی تکنیک‌هایی هستند که به تقلید سیستم عصبی بیولوژیکی انسان می‌پردازند. تاکنون از شبکه‌های عصبی در بسیاری از زمینه‌ها نظیر تجارت، صنعت و علوم تجربی استفاده شده است. سیستم عصبی انسان از یک سری عناصر پردازش ساده به نام نرون[1] و یا گره[2] تشکیل یافته است. هر کدام از این نرون‌ها یک سیگنال اولیه را که اطلاعات کامل یک نرون دیگر و یا محرک خارجی است را دریافت کرده و آن را با استفاده از یک تابع فعال‌سازی[3] و یا تبدیل پردازش می‌کنند و یک خروجی پردازش شده را تولید می‌کنند. در مرحله بعد آن را به نرون‌های داخلی‌تر و یا نرون‌های دیگر می‌فرستند. در واقع برای اینکه خروجی خالص شبکه یا نرون متناسب و یا متناظر با خروجی مطلوب باشد، معمولاً تابعی مانند F بر آن تأثیر داده می‌شود. این توابع رابطه میان ورودی‌ها و خروجی‌های یک نرون و یک شبکه را تعیین می‌کنند. به طور کلی توابع فعال‌سازی درجه‌ای از وضعیت غیرخطی بودن را (که برای بسیاری از کاربردهای شبکه مناسب است) معرفی می‌کنند (Zhang et al, 1998).

شبکه‌های عصبی مختلفی تاکنون ارائه شده است نظیر: پرسپترون چند لایه (MLP)[4] (که خود زیر مجموعه‌ای از شبکه‌های پیشخور[5] می‌باشد)، شبکه‌هاپفیلد[6] و شبکه خود سازمان ده کوهونن[7]. از این میان شبکه پرسپترون چند لایه به طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است (منهاج ۱۳۷۷).

یک شبکه عصبی MLP معمولاً از چند لایه و نرون تشکیل می‌یابد. اولین و پایین‌ترین لایه، لایه ورودی[8] است که در آن اطلاعات خارجی دریافت می‌گردد. آخرین و یا بالاترین لایه، لایه

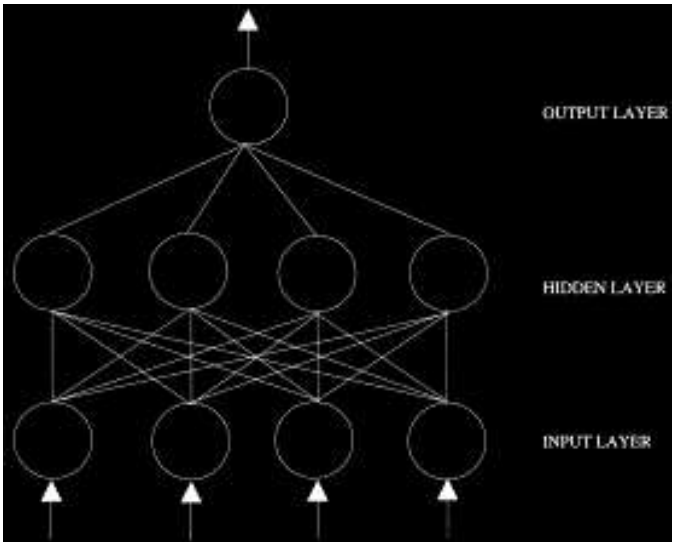
1- Neuron
2- Node
3- Activation function
4- Multi layer perceptrons
5- Feedforwards
6- Hopfield network
7- Kohonens self organizing network
8- Input layer

خروجی[1] است که در آن حل مسئله بدست می‌آید. لایه ورودی و خروجی توسط یک و یا چند لایه واسطه که لایه میانی[2] و یا پنهان نامیده می‌شود، جدا می‌شوند. نرون‌های موجود در لایه‌های همجوار معمولاً به طور کامل توسط کمان‌های ناحلقوی[3] از لایه پایین به لایه بالا بهم مرتبط می‌شوند. در شکل ۱، یک شبکه پیشخور معمولی (MLP) نشان داده شده است.

اما قبل از اینکه یک شبکه کاری انجام دهد، باید آموزش[4] داده شود. اساساً آموزش دادن شبکه، فرایند تعیین وزن‌های کمان[5] است که در واقع عناصر کلیدی یک شبکه می‌باشند. برای این کار معمولاً کل داده‌ها به دو مجموعه آموزش(داده‌های در نمونه)[6] و آزمون (داده‌های خارج از نمونه)[7] تقسیم می‌شوند. مجموعه آموزش برای تخمین وزن‌های کمان بکار گرفته می‌شود؛ در حالی که مجموعه آزمون برای ارزیابی توانایی تعمیم مدل بکار می‌رود. به طور کلی دانشی که یک شبکه یاد می‌گیرد در کمان‌ها و نرون‌ها به صورت وزن‌های کمان و تمایلات[8] نرون ذخیره می‌گردد. در واقع این کمانهای ارتباط‌دهنده شبکه است که توسط آن شبکه نقشه‌های پیچیده غیرخطی را از نرون‌های ورودی به نرون‌های خروجی منتقل می‌کند. در این فرآیند وزن‌های کمان و یا در واقع وزن‌های ارتباطی در پاسخ به خطایی که شبکه تولید می‌کند، تعدیل می‌شوند. یا به عبارتی دیگر آموزش شبکه فرآیندی است که طی آن وزن‌های ارتباطی میان نرون‌ها در پاسخ به خطایی که شبکه تولید می‌کند، تعدیل می‌شود. در حالت کلی دو نوع آموزش شبکه وجود دارد: یکی آموزش با ناظر و دیگری آموزش بدون ناظر. در یادگیری با ناظر فرض بر این است که در هر مرحله تکرار الگوریتم آموزش، جواب مطلوب سیستم یادگیرنده از قبل معلوم است. به عبارتی آموزش به جواب واقعی و مطلوب دسترسی دارد و به خطای یادگیری که همان خطای بین مقدار مطلوب و مقدار واقعی می‌باشد دسترسی خواهد داشت. در یادگیری بدون ناظر جواب مطلوب برای سیستم یادگیرنده موجود نیست به عبارتی به خطای یادگیری جهت بهبود رفتاری سیستم یادگیرنده دسترسی نداریم. در این روش تنها سیگنال دریافتی از محیط به شبکه را، بردارهای ورودی تشکیل می‌دهند (Lubecke et al,1998).

از آنجایی که شبکه‌های عصبی کاربردهای بسیاری دارد از این‌رو الگوریتم آنها با توجه به نوع استفاده آنها متغیر است.

1- Output layer
2- Hidden layer
3- Acyclic arcs
4- Training
5- Arc weights
6- Training set(in sample data)
7- Test set(out sample data)
8- Bias



شکل ۳-۱: شبکه MLP ساده

۱ـ۲ـ تبدیل موجک

ایده اساسی در موجک (ویولت) تحلیل بر اساس مقیاس[1] است. در اینجا مفهوم مقیاس مشابه معنای معمولی غیر ریاضی آن است. برای درک مفهوم آن، یک شئ را در نظر بگیرید که از فواصل مختلف به آن نگریسته می‌شود. هنگامی که از فاصله خیلی دور به شئ نگاه می‌کنیم نمایشی با مقیاس بزرگ از آن حاصل می‌شود که در آن فقط اطلاعات کلی از شئ بدست می‌آید چرا که آنقدر از شئ دور هستیم که نمی‌توانیم جزئیات آن را ببینیم. هرچه به شئ نزدیک‌تر شویم، شئ را در مقیاس‌های کوچک‌تری مشاهده کرده و جزئیات بیشتری را بدست خواهیم آورد. برای درک بهتر می‌توان به مثال معروف جنگل و درخت نیز اشاره کرد. زمانی که از فاصله دور به جنگل نگاه می‌کنیم، آن را به صورت یک شئ کامل و با اطلاعات کلی می‌بینیم. اما وقتی از فاصله نزدیکتر به آن نگاه کنیم، می‌بینیم که جنگل از اجزای کوچک‌تری به نام درخت تشکیل شده است. اگر باز هم از فاصله نزدیک‌تر به آن بنگریم می‌توانیم اجزاء کوچک‌تری همچون گیاهان را نیز ببینیم. الگوریتم‌های موجک نیز داده‌ها را در مقیاس‌های مختلف پردازش می‌کنند. این امر موجک را به ابزاری مفید و جالب تبدیل می‌کند. تحلیل موجک ما را قادر می‌سازد تا از فواصل زمانی طولانی مدت برای دیدن اطلاعات فرکانس پایین و از فواصل کوتاه‌تر برای دیدن اطلاعات فرکانس بالا استفاده نمائیم (پیترز و ویلیامز: ۱۹۹۸).

1- Scale

تحلیل موجک ابزار بسیار قدرتمندی است که می‌توان از آن برای بررسی اطلاعات کیفی سری‌های زمانی شدیداً نامانا استفاده کرد. همان‌طور که دابیشز[1] (۱۹۹۰) عنوان کرده است تبدیل موجک برای آنالیز سری‌های زمانی که در فرکانس‌های مختلف نامانا هستند، ابزاری بسیار مناسب می‌باشد.

نظریه موجک ریشه در تحلیل کلاسیک فوریه[2] دارد اما تفاوت‌های مهمی بین این دو وجود دارد. به عبارتی می‌توان گفت که نظریه موجک حاصل اصلاح و بهسازی تحلیل فوریه می‌باشد. تبدیل فوریه یک ابزار ریاضیاتی برای مطالعه ماهیت ادواری سری‌های زمانی در محدوده فرکانس می‌باشد. اما تحت تبدیل فوریه، اطلاعات زمانی سری زمانی کاملاً از بین می‌رود. هنگامی که به تابع چگالی طیفی یک سری زمانی نگاه می‌کنیم، نمی‌توان اطلاعاتی در مورد اینکه چه وقت یک سیکل مشخص ظهور می‌کند و چه هنگام از بین می‌رود دریافت نمود. برای سری‌های زمانی که در آن اطلاعات زمانی اهمیتی چندان نداشته و فقط محتوای فرکانسی آن مهم می‌باشد، این محدودیت اشکالات چندانی ایجاد نمی‌کند. از این رو تبدیل فوریه برای تجزیه و تحلیل سیگنال‌های مانا و دوره‌ای مفید است. اما بسیاری از سری‌های زمانی مانا نیستند و نیاز است که محدوده‌های زمان و فرکانس به طور همزمان مورد بررسی قرار گیرند. به عبارت بهتر در تبدیل فوریه از توابع پایه سینوسی و کسینوسی استفاده می‌شود و ویژگی این توابع آن است که در طور کل محور زمان تعریف می‌شوند. از این‌رو یک اختلال کوچک در محدوده زمان به کل دوره بعد از آن گسترش می‌یابد و بنابراین کل فرکانس‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد (این همان مفهوم نامانایی است). بدین خاطر است که در تحلیل فوریه فرض بر آن است که محتوای بسامد[3] یا فراوانی تابع در طول محور زمان مانا و یا ساکن می‌باشد. از طرف دیگر موجک‌ها در محدوده مشخصی تعریف شده و بر خلاف فوریه در فضا و زمان تعریف می‌شوند. از این رو اگر اختلالی در دوره‌ای به آنها وارد شود فقط در طول آن محدوده مشخص گسترش می‌یابد و بعد از آن از بین می‌رود و این همان تعریف مانایی است. بنابراین مهمترین ویژگی موجک‌ها تعریف آنها در فضا و زمان است برخلاف آنچه که در مورد توابع مثلثاتی که توابع پایه در تبدیل فوریه می‌باشند، اتفاق می‌افتد. این ویژگی موجک‌ها همراه با تعریف آنها در محدوده فرکانس، باعث می‌شود که بتوان آنها را کاندیداهای بسیار ایده‌آل جهت تحلیل عدم مانایی و یا غیر ساکن بودن سیگنال‌ها و نیز سیگنال‌های زودگذر[4] و یکینه[5] بکار برد. موجکها در تحلیل موقعیت‌های فیزیکی که در آن سیگنال‌ها دارای خصوصیات عدم پیوستگی و نقاط اوج نوک تیز می‌باشند، مزایایی بر تحلیل فوریه دارد (Mitra, 2005). اما این تنها یکی از ویژگی‌های موجک‌ها می‌باشد. از دیگر ویژگی‌های آنها می‌توان به پیش‌بینی و بررسی تغیرات

1- Mitra
2- Daubechies
3- Frequency content
4- Transient
5- Singularities

ساختاری، نویززدایی، تجزیه مقیاسی ـ زمانی داده‌های مالی و اقتصادی و بررسی روابط علت و معلولی میان متغیرهای اقتصادی اشاره نمود (Ramsey and Anderson, 2002). در این مقاله از توانایی موجک‌ها در زمینه تجزیه داده‌ها جهت انجام پیش‌بینی‌های بهتر استفاده شده است که در قسمت بعد به طور مفصل به آن می‌پردازیم. برای مطالعه منابع بیشتر در زمینه موجک و کاربردهای آن در اقتصاد می‌توان به منابع زیر مراجعه نمود: [Ramsey & Lampart, 1998], [Ramsey, 2002], [Ramsey, Zaslavsky & Usikov, 1995] [Ramsey & Lampart, 1998].

۱ـ۳ـ تجزیه موجک و تبدیل گسسته موجک[1]

بازنمایی سری‌های موجک[2] یک تابع قابل انتگرال‌گیری مربع $f(t)\in L^2(\kappa)$ را ($L^2(\kappa)$ فضای تمامی توابع مربع قابل انتگرال‌گیری می‌باشد و $f\in L^2(\kappa)\ \text{if}\ \int f^2(t)\,dt<\infty$) به صورت زیر نشان می‌دهند:

$$\sum_{j}\ -\ \sum_{k}\ \eta_{j,k}$$

که درآن:

$$\left(2^{j}\right)\ ;\ j,k\ \ E\ \ 0,\ 1,\ 2$$

و $\eta_{j,k}$ها ضرایب موجک[3] نامیده می‌شوند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\eta\qquad\left\langle f,\ _{j,k}\right\rangle\ \int f\ t$$

همگرایی (۱) به شکل میانگین مربع می‌باشد. تابع Ψ، تابع مادر[4] نامیده می‌شود. مجموعه توابع $\{\Psi_{j,k}(t),\ j,k\in E=\{0,\pm1,\pm2,\ldots\}\}$ پایه‌ای[5] برای $L^2(\kappa)$ تشکیل می‌دهند. در عمل عمدتاً با پایه‌هایی که متعامد[6] هستند برخورد می‌شود یعنی:

$$\left\langle\qquad\ _{l,m}\right\rangle\ \delta_{j,l}\delta\qquad\ _{j,k,l,m\ \ E}$$

مثال‌هایی از این قبیل، پایه هار[7] و موجک معرفی شده توسط دابیشز[8] می‌باشد.

به علاوه با معرفی تابع مقیاسگر[9] Φ (تابع پدر[10]) و پایه متعامدی که Φ برای $L^2(\kappa)$

1- Wavelet decomposition
2- Wavelet series representation
3- Wavelet coefficients
4- Mother function
5- Basis
6- Orthogonal
7- Harr basis
8- Daubechies
9- Scaling
10- Father function

می‌سازد، بازنمایی سری‌های موجک به صورت زیر در می‌آید:

$$\sum \alpha_{j_0,k} \qquad \sum \sum \beta_{j,k} \qquad (۶)$$

ضرایب موجک (۵) به صورت زیر داده شود:

$$\alpha \qquad \int f(t) \qquad \beta_{j,k} \qquad (۷)$$

j_0 درشت ترین مقیاس[1] واشکافتی موجک نامیده می‌شود. تابع پدر به صورت زیر داده می‌شود:

$$\sqrt{2}\sum \qquad (۸)$$

تولید می‌کند به صورت زیر است: و پایه متعامدی که

$$\phi_{j,k} \qquad 2^{j/2} \qquad \phi(2^j t - k) \qquad (۹)$$

تابع مادر را می‌توان به صورت شکلی از تابع ϕ نوشت:

$$\sqrt{2}\sum_k \qquad (۱۰)$$

$$h_k \qquad (-1)^k \qquad (۱۱)$$

که: h_k و g_k ضرایب فیلترهای پایین گذر[2] و بالا گذر[3] نامیده می‌شوند و برای محاسبه تبدیل گسسته موجک[4] (DWT) بکار می‌روند.

رابطه (۹) با استفاده از آزمون تربیع[5] می‌نامند. h_k و g_k به صورت زیر داده می‌شوند:

$$h_k \qquad \sqrt{2}\int_{-\infty}^{\infty} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \qquad (۱۲)$$

در ادبیات تبدیلات گسسته موجک، سیستم متعامد $\phi_{j,k}(t), \psi_{j,k}(t), j,k \in Z \quad j \geq j_0, k$ بازنمایی سری‌های موجک را نشان می‌دهد.

یک تبدیل گسسته موجک داده‌ها را از محدوده زمان به محدوده موجک منتقل می‌کند. برای یک مجموعه داده شده از داده‌ها $y(t); t=1(1)N \; ; N=2^n$ ، تبدیل گسسته داده‌ها را با توجه به موجک مادر ψ می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\sum$$

1- Coarsest scale
2- Low-pass
3- High-pass
4- Discrete wavelet transformation
5- Quadrature mirror filter

تبدیل برای مقادیر $j=0(1)n-1$ و $k=0(1)2^{j}-1$ محاسبه می‌شود. به راحتی می‌توان تبدیل بالا را به صورت ماتریسی زیر نوشت:

که در آن W یک ماتریس متعامد است. در عمل DWT با استفاده از الگوریتمی به نام الگوریتم مالات[1] محاسبه می‌شود. این الگوریتم هرمی[2]، از نظر مالات حاوی یک سری از کاربردهای فیلترهای پایین گذر (h_k) و بالا گذر (g_k) می‌باشد (Mallat, 1989). سیگنال‌های اولیه ابتدا از دو فیلتر مکمل پایین گذر و بالا گذر عبور می‌کنند و به دو مؤلفه[3] با محتوای بسامد بالا و پایین با اندازه یکسان تجزیه می‌شود. محتوای با بسامد پایین سیگنال، ویژگی و مشخصه اصلی و اساسی سیگنال را نشان می‌دهد. از طرف دیگر محتوای با بسامد بالای سیگنال، جزئیات دقیق‌تری از داده‌ها را بدست می‌دهد (Graps, 1995). مؤلفه‌های با بسامد پایین و مقیاس بالای سیگنال، در ادبیات DWT تقریب[4] نامیده می‌شود در حالی که مؤلفه‌های با بسامد بالا و مقیاس پایین سیگنال، جزئیات[5] نامیده می‌شود در شکل ۲، فیلترهای پایین گذر و بالا گذر همراه با تقریب و جزئیات یک سیگنال اولیه نشان داده شده است.

در یک تجزیه چند سطحی[6]، سری‌های تقریب بعد از گذر از اولین فیلتر در سطح بعدی تجزیه دوباره واشکافته شده و یک تخمین و جزئیات جدید بدست می‌آید. این کار تا رسیدن به یک سطح از قبل تعیین شده و مطلوب تجزیه، تکرار می‌شود. از این طریق و با استفاده از فیلترهای پایین گذر و بالا گذر، می‌توان تجزیه موجک یک سیگنال در سطوح متفاوت فرکانس را بدست آورد.

در r امین سطح تجزیه، با توجه به عملیات زیر می‌توان مؤلفه‌های سری‌های اولیه را به صورت زیر بدست آورد:

a (r): تقریب در بالاترین سطح تجزیه (سطح r ام)

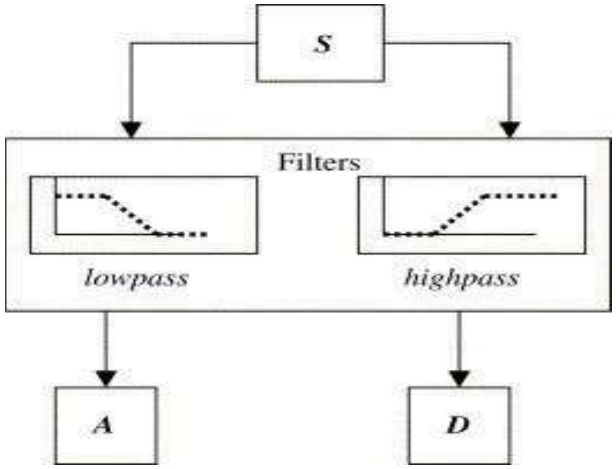
d (r): جزئیات در بالاترین تجزیه (سطح r ام)

d (r-1): جزئیات در (r-1) امین سطح تجزیه

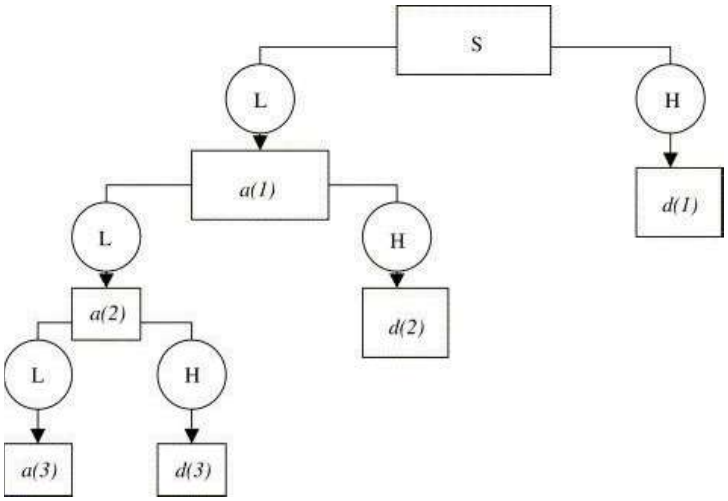
d (r-2): جزئیات در (r-2) امین سطح تجزیه

این کار تا جزئیات در کوچک‌ترین سطح تجزیه یعنی d(1) انجام می‌گیرد. یک تجزیه سه سطحی در شکل ۳-۱۰ نشان داده شده است که در آن S سیگنال اولیه را نشان می‌دهد و L و H، فیلترهای پایین گذر و بالا گذر را نشان می‌دهد (Shin and Han,2000).

1- Mallats algorithm
2- Pyramid algorithm
3- Component
4- Approximation
5- Details
6- Multi level decomposition



شکل۲: فیلتر بندی بالا گذر و پایین گذر یک سیگنال. **S** سیگنال اولیه، **A** تقریب و **D** جزئیات را نشان می‌دهد.



شکل۳: تجزیه سه سطحی یک سیگنال با استفاده از یک مجموعه از فیلترهای پایین گذر و بالا گذر.

[redacted] و فرکانس بالای

تجزیه می‌شود. در این سطح سیگنال S را می‌توان به صورت حاصل جمع این مؤلفه‌ها نشان داد یعنی:

[redacted] و تبدیل می‌شود، آنگاه سیگنال S

را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

[redacted] :

...

۱ـ۳ـ مدل پیشنهادی

برداشت ما آن است که سری‌های زمانی نرخ ارز را می‌توان به صورت ترکیبی از مؤلفه‌های مجزا در مقیاس و سطوح نوسان متفاوت دانست چرا که این امر برای سری‌های زمانی مالی چندان عجیب هم نیست. زمانی که سری‌های زمانی مشاهده شده ترکیبی از چنین فرآیندهای پیچیده‌ای باشد آنگاه فرد پیش‌بینی‌کننده‌ای که قادر نیست مؤلفه‌های وابسته به مقیاس مجزای سری زمانی را تشخیص دهد، قادر نخواهد بود تا مدلی مناسب برای پیش‌بینی صحیح بسازد. از طرف دیگر اگر بتوان سری‌های زمانی اولیه را به مؤلفه‌های وابسته به مقیاس و یا فرکانس خاص تجزیه کرده و هر کدام از این مؤلفه‌ها را جداگانه مدل‌بندی کرد، آنگاه می‌توان مدل‌های با دقت بیشتری ساخت. در واقع می‌توان گفت که فعالیت‌های اقتصادی دارای دوره‌های زمانی ـ مقیاسی متفاوتی است. این امر بدان معنی است که حرکت دور تجاری چیزی جز مجموع این مؤلفه‌های مجزا که در افق‌های زمانی متفاوت نمایان می‌شوند، نیست. از این رو با توجه به این مطلب، ابتدا تجزیه موجک را بدست می‌آوریم و بعد برای هر مؤلفه تجزیه شده سری اولیه، یک مدل شبکه عصبی پیش‌بینی‌کننده خواهیم ساخت. این مدل را مدل شبکه عصبی و تبدیل موجک[1] (WDNN) می‌نامیم. متغیرهای ورودی مدل‌های شبکه عصبی برای هر کدام از سری‌های تجزیه شده و سری‌های اصلی، وقفه‌های سری‌های مربوطه خواهد بود. نوع پیش‌بینی‌ها به صورت یک گام به جلو تا ده گام به جلو می‌باشد. نرخ‌های ارزی که پیش‌بینی می‌شوند عبارتند از: دلار آمریکا، پوند انگلیس، ین ژاپن و یورو. تعداد داده‌های هر ارز ۱۰۰۰ می‌باشد که برای یک دوره تقریباً سه ساله از تاریخ ۱۳۸۲/۸/۲ تا ۱۳۸۵/۵/۳۰ از سایت بانک مرکزی ایران گرفته شده است.

لازم به ذکر است برای مقایسه عملکرد مدل‌ها از ریشه مجموع مربعات خطای پیش‌بینی به صورت زیر استفاده شده است:

$$\sqrt{\sum_{t=1}^{n} \left(\quad \right)^2}$$

که در آن ، پیش‌بینی نرخ ارز در دوره t ام و ، نرخ ارز واقعی در دوره t ام است.

۱ـ۳ـ ۱ـ معرفی تبدیل موجک

برای بررسی عملکرد سطح تجزیه، داده‌ها را با استفاده از موجک دابیشز ۵ تا سه مرحله شکافته‌ایم (از جعبه ابزار موجک نرم افزار MATLAB 7. 1 استفاده شده است) و تقریبات سطح سه

1- Wavelet Decomposed Neural Networks

همراه جزئیات سطوح یک، دو و سه را بدست آورده‌ایم و با استفاده از شبکه عصبی هر کدام از آنها را مدل بندی کرده‌ایم. در این مقاله داده‌ها را تا سه سطح تجزیه کرده‌ایم. نتایج این کار در شکل‌های ۱-۱ تا ۱-۴ برای هر نرخ ارز به طور جداگانه نشان داده شده است.

۱ـ۳ـ۲ـ معرفی شبکه عصبی

لازم به ذکر است از آنجا که در این مقاله هدف اصلی بررسی کارایی تبدیل موجک در بالا بردن توانایی شبکه عصبی است لذا ساختار شبکه عصبی در دو مدل شبکه عصبی و شبکه عصبی همراه با تبدیل موجک، یکسان می‌باشد و در هر دو حالت از نرم افزار MATLAB 7. 1 استفاده شده است. شبکه عصبی از نوع پیشخور با یک لایه پنهان، حداکثر ۸ نرون پنهان و ۵ نرون ورودی می‌باشد.

الف) منظم کردن داده‌ها: از آنجا که در برخی موارد منظم کردن داده‌ها توانایی شبکه عصبی را در پیش‌بینی بالا می‌برد لذا ابتدا ورودی‌های شبکه (چه سری‌های اولیه نرخ ارز و چه مؤلفه‌های تجزیه شده نرخ‌های ارز) درباره [۱و۱-] نرمال سازی می‌شوند.

ب) تابع محرکه شبکه: در این مقاله برای لایه پنهان از تابع محرکه تانژانت هایپربولیک و برای لایه خروجی از تابع خطی استفاده شده است.

ج) نسبت داده‌های آموزش و آزمایش و نرخ یادگیری: برای بررسی عملکرد بهتر مدل شبکه عصبی و مدل شبکه عصبی همراه با تبدیل موجک، از نسبت‌های آموزش و آزمایش ۱۵-۸۵ و ۱۰-۹۰ و ۵-۹۰ درصد و نرخ یادگیری ۱/. و ۲/. و ۳/. استفاده شده است و هر کدام که عملکرد بهتری داشت به عنوان نسبت و نرخ یادگیری نهایی انتخاب شده است.

د) الگوریتم آموزش شبکه: در این مقاله از الگوریتم لونبرگ ـ مارکوات استفاده شده است چرا که این الگوریتم سرعت بیشتری در مقایسه با دیگر الگوریتم‌های پس انتشار خطا دارد.

ه) تعداد لایه‌ها و نرون‌های شبکه: در این مقاله از یک لایه پنهان استفاده شده است زیرا یک شبکه عصبی با یک لایه پنهان یک تقریب زننده کلی می‌باشد(Hornik et al 1989; Cottrell et al, 1995). تعداد نرون‌های هر لایه نیز با استفاده از برنامه نوشته شده برای پیش‌بینی به صورت بهینه توسط شبکه (بعد از تعین نسبت آموزش و آزمایش و نرخ یادگیری که کمترین MSE را داشت) تعیین می‌شود.

و) توقف فرآیند یادگیری: در این مقاله برای توقف فرآیند یادگیری از روش Early Stopping استفاده شده است.

ز) معیار عملکرد شبکه: معیار عملکرد شبکه MSE می‌باشد به این صورت که هر شبکه‌ای که کمترین مقدار MSE را داشته است به عنوان مدل بهینه انتخاب گردیده است و از روی آن تعداد لایه‌ها و نرون‌های شبکه تعیین گشته است.

نتایج پیش‌بینی با استفاده از این مدل (WDNN) در جداول ۱ تا ۴ نشان داده شده است.

۱ـ۴ـ مدل شبکه عصبی

همان‌طور که گفته شد مدل شبکه عصبی همان مدل گفته شده برای مؤلفه‌های سری‌های تجزیه شده می‌باشد با این تفاوت که در اینجا متغیرهای ورودی شبکه، وقفه‌های گذشته سری‌های اصلی می‌باشد.

نتایج پیش‌بینی با استفاده از این مدل (ANN) در جداول ۱ تا ۴ نشان داده شده است.

۲ـ مدل خطی

بنا به تعریف دنباله تصادفی یک فرآیند تصادفی مختلط میانگین متحرک خود رگرسیون، با درجات q و p است به شرطی که داشته باشیم:

$$y_t=\phi_1 y_{t-1}+\phi_2 y_{t-2}+\cdots+\phi_p y_{t-p}+\delta+\varepsilon_t+\theta_1\varepsilon_{t-1}+\theta_2\varepsilon_{t-2}+\cdots+\theta_q\varepsilon_q\left[\varepsilon_t\approx iid\left(0,\sigma_\varepsilon^2\right)\right]$$

فرآیند فوق را به صورت ARMA(p, q) نشان می‌دهند.

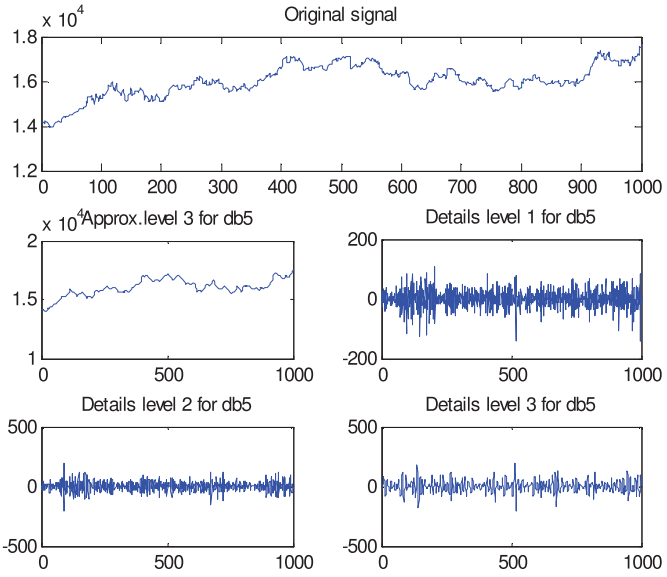
در این مقاله مشاهده شده است که تمامی سری‌های نرخ ارز در سطح نامانا هستند و از این‌رو با گرفتن یک بار تفاضل‌گیری آن را مانا کرده‌ایم. برای انتخاب مدل بهینه برای پیش‌بینی نرخ ارز از معیار آکایک AIC[1] استفاده شده است. معیار اطلاعات آکایک به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\delta_m^2$$

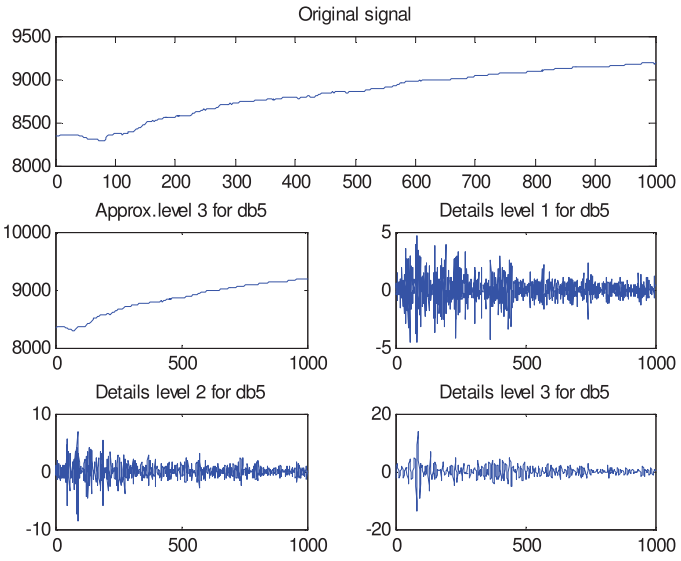
که در آن T تعداد مشاهدات مؤثر و δ_m^2 برآوردگر ML از واریانس جمله خطا ($\hat{\delta}_m^2=\frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{T}$) است. برای انجام پیش‌بینی ابتدا سری زمانی اختلاف نرخ ارز در دو روز متوالی محاسبه می‌گردد و بعد مدل ARMA(10, 10) محاسبه می‌گردد. معیار آکایک ۳۶ مدل اجرا شده برای ۴ نرخ ارز مقایسه می‌گردد و مدل‌هایی که کمترین مقدار آکایک را داشته باشند انتخاب می‌گردند و با استفاده از آن پیش‌بینی مربوطه انجام می‌گیرد. نتایج این پیش‌بینی در جداول ۱ تا ۴ نشان داده شده است.

1- Akaick Information Criterion

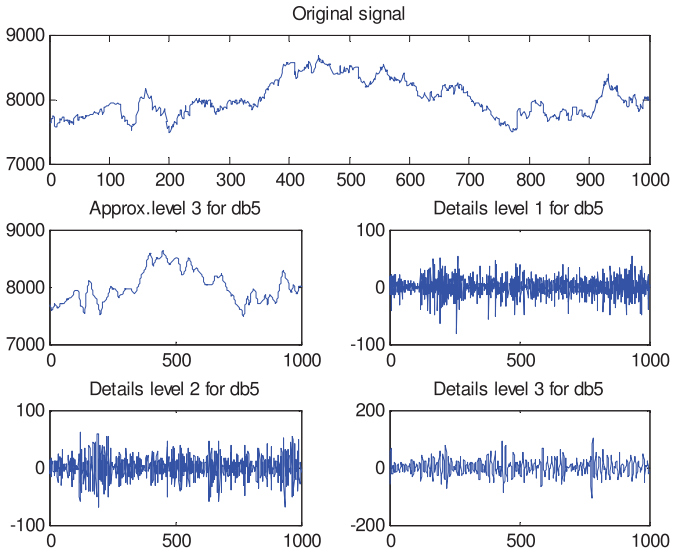
شکل ۴-۱: مؤلفه‌های تجزیه شده سری زمانی پوند توسط موجک دابیشز۵



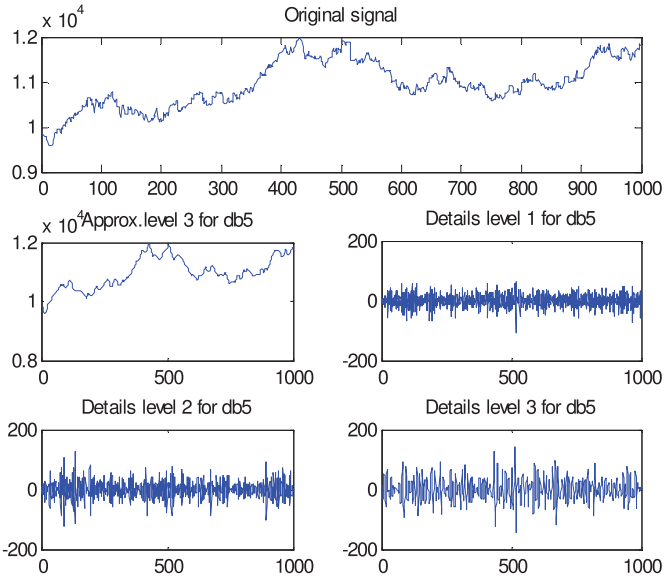
شکل ۴-۲: مؤلفه‌های تجزیه شده سری زمانی دلار توسط موجک دابیشز۵



شکل ۴-۳: مؤلفه‌های تجزیه شده سری زمانی ین توسط موجک دابیشز۵



شکل ۴-۴: مؤلفه‌های تجزیه شده سری زمانی یورو توسط موجک دابیشز۵



جدول(۱) نتایج پیش‌بینی (پوند) توسط مدل‌های مختلف

مدل / پیش‌بینی	WDNN	NN(lr[1]=0.1 , trset[2]=0.90)			ARIMA		
	RMSE	تعداد وقفه بهینه	تعداد نرون پنهان بهینه	RMSE	درجه AR	درجه MA	RMSE
یک گام به جلو	18. 98416	4	5	6. 267129	4	5	74. 30399
دو گام به جلو	77. 65289	4	5	4. 875554	4	5	94. 85435
سه گام به جلو	80. 98922	4	5	17. 34925	4	5	103. 1478
چهار گام به جلو	70. 96631	4	5	20. 80948	4	5	142. 4551
پنج گام به جلو	63. 58248	4	5	18. 75761	4	5	156. 2384
شش گام به جلو	63. 98834	4	5	23. 35784	4	5	160. 067
هفت گام به جلو	60. 72072	4	5	44. 27978	4	5	156. 257
هشت گام به جلو	89. 48816	4	5	43. 73649	4	5	177. 0619
نه گام به جلو	118. 7456	4	5	42. 39526	4	5	192. 4638
ده گام به جلو	114. 847	4	5	54. 66667	4	5	188. 3271

۱ – lr= نرخ یادگیری بهینه

۲ – trset= مجموعه آزمایش بهینه

جدول(۲) نتایج پیش‌بینی (دلار) توسط مدل‌های مختلف

مدل / پیش‌بینی	WDNN	trset=0. 95) ،NN(lr=0. 3			ARIMA		
	RMSE	تعداد وقفه بهینه	تعداد نرون پنهان بهینه	RMSE	درجه AR	درجه MA	RMSE
یک گام به جلو	2. 183968	5	3	1. 321084	5	5	1. 182336
دو گام به جلو	1. 60472	5	3	0. 934723	5	5	0. 980818
سه گام به جلو	3. 106245	5	3	0. 845291	5	5	1. 180323
چهار گام به جلو	2. 969326	5	3	0. 734493	5	5	1. 202737
پنج گام به جلو	4. 467783	5	3	0. 668513	5	5	1. 289166
شش گام به جلو	4. 106407	5	3	0. 671896	5	5	1. 360186
هفت گام به جلو	5. 14587	5	3	0. 999119	5	5	1. 273761
هشت گام به جلو	5. 23144	5	3	1. 065704	5	5	1. 287232
نه گام به جلو	7. 79605	5	3	1. 172898	5	5	1. 295179
ده گام به جلو	8. 850812	5	3	1. 727699	5	5	1. 234229

جدول(۳)ـ نتایج پیش‌بینی (ین) توسط مدل‌های مختلف

مدل / پیش‌بینی	WDNN	trset=0. 95) ،NN(lr=0. 3			ARIMA		
	RMSE	تعداد وقفه بهینه	تعداد نرون پنهان بهینه	RMSE	درجه AR	درجه MA	RMSE
یک گام به جلو	9. 798747	3	5	16. 84232	3	3	15. 48843
دو گام به جلو	9. 009214	3	5	42. 04222	3	3	41. 16072
سه گام به جلو	16. 46404	3	5	45. 79418	3	3	47. 69659
چهار گام به جلو	14. 36761	3	5	57. 48561	3	3	63. 24413
پنج گام به جلو	29. 68543	3	5	62. 64093	3	3	71. 67307
شش گام به جلو	52. 02161	3	5	60. 17287	3	3	70. 77716
هفت گام به جلو	90. 91453	3	5	55. 81666	3	3	65. 66196
هشت گام به جلو	116. 9869	3	5	52. 47646	3	3	62. 6127
نه گام به جلو	134. 9066	3	5	49. 63737	3	3	60. 06854
ده گام به جلو	155. 1	3	5	47. 11416	3	3	57. 36821

جدول(۴)ـ نتایج پیش‌بینی (یورو) توسط مدل‌های مختلف

مدل / پیش‌بینی	WDNN	trset=0. 90) ،NN(lr=0. 1			ARIMA		
	RMSE	تعداد وقفه بهینه	تعداد نرون پنهان بهینه	RMSE	درجه AR	درجه MA	RMSE
یک گام به جلو	20. 77934	2	1	3. 67814	5	5	20. 85484
دو گام به جلو	35. 09207	2	1	60. 53898	5	5	76. 2478
سه گام به جلو	53. 4426	2	1	66. 33737	5	5	83. 15338
چهار گام به جلو	69. 41701	2	1	75. 49076	5	5	98. 36408
پنج گام به جلو	74. 03177	2	1	83. 14181	5	5	109. 5804
شش گام به جلو	83. 17271	2	1	77. 48446	5	5	106. 5117
هفت گام به جلو	123. 4604	2	1	73. 62685	5	5	98. 61814
هشت گام به جلو	137. 962	2	1	68. 8843	5	5	94. 85629
نه گام به جلو	154. 2075	2	1	65. 02096	5	5	91. 10517
ده گام به جلو	181. 7634	2	1	66. 78804	5	5	86. 40135

۳ـ مقایسه نتایج پیش‌بینی‌ها و نتیجه‌گیری

در این مقاله برای هر ارز ۱۰ پیش‌بینی به صورت یک گام به جلو تا ده گام به جلو توسط سه مدل مختلف WDNN، NN و ARIMA انجام دادیم. بنابراین برای هر نرخ ارز ۳۰ پیش‌بینی انجام شده است. اما در این پیش‌بینی‌ها فقط مدل‌های را به عنوان مدل بهینه انتخاب می‌کنیم که کمترین RMSE را داشته باشد. نتایج این کار در جدول ۵-۱ نشان داده شده است. در این جدول تعداد دفعاتی که در آن هر مدل به عنوان مدل بهینه (دارای کمترین مقدار RMSE) انتخاب گشته است، همراه با ذکر ارز مربوطه نشان داده شده است.

جدول(۶)ـ مدل‌های بهینه برای پیش‌بینی‌های مختلف

مدل / پیش‌بینی	NN		WDNN		ARIMA	
	فراوانی	ارز مربوطه	فراوانی	ارز مربوطه	فراوانی	ارز مربوطه
یک گام به جلو	۲	پوند، یورو	۱	ین	۱	دلار
دو گام به جلو	۲	پوند، دلار	۲	ین، یورو	۰	
سه گام به جلو	۲	پوند، دلار	۲	ین، یورو	۰	
چهار گام به جلو	۲	پوند، دلار	۲	ین، یورو	۰	
پنج گام به جلو	۲	پوند، دلار	۲	ین، یورو	۰	
شش گام به جلو	۴	پوند، دلار، یورو، ین	۰		۰	
هفت گام به جلو	۴	پوند، دلار، یورو، ین	۰		۰	
هشت گام‌به جلو	۴	پوند، دلار، یورو، ین	۰		۰	
نه گام به جلو	۴	پوند، دلار، یورو، ین	۰		۰	
ده گام به جلو	۳	پوند، یورو، ین	۰		۱	دلار

همان‌طور که از این جدول پیدا است در پیش‌بینی‌های یک گام، عمدتاً مدل شبکه عصبی بهینه بوده است (۲ بار مدل شبکه عصبی، یک بار WDNN و یک بار مدل ARIMA). در پیش‌بینی‌های دو گام به جلو تا پنج گام به جلو مدل NN و مدل WDNN، مدل‌های بهینه بوده‌اند. در پیش‌بینی‌های شش گام به جلو تا ده گام به جلو در کل می‌توان گفت که مدل NN، مدل بهینه است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج مدل WDNN برای پیش‌بینی‌های دو گام به جلو تا پنج گام به جلو امید بخش است و به نظر می‌رسد که استفاده از روش‌هایی که شبکه‌های عصبی را با تبدیل موجک ترکیب می‌سازد، روشی مناسب برای پیش‌بینی داده‌های مالی است. به عبارت دقیق‌تر می‌توان گفت که بکارگیری این مدل‌ها برای پیش‌بینی قیمت دارائی‌هایی که نوسانات دوره‌ای و غیر خطی از خود نشان می‌دهند، امیدوار کننده است چرا که عملکرد مدل حال حاضر در پیش‌بینی یک گام به جلو تا پنج گام به جلو در مقایسه با مدل‌های دیگر رضایت بخش است.

از طرف دیگر مشاهده کردیم که مدل شبکه عصبی در پیش‌بینی‌های تا پنج گام به جلو حداقل به اندازه مدل WDNN عملکرد خوبی دارد و در دیگر پیش‌بینی‌ها از این مدل بهتر است. این امر احتمالاً می‌تواند به علت نوع موجک بکار رفته در تبدیل، نوع فیلترها و یا مناسب نبودن نوع آموزش سری‌های مؤلفه باشد. چرا که این پارامترها می‌توانند تأثیرات بسزایی روی عملکرد مدل داشته باشند. نکته مهم‌تری که باید به آن توجه شود آن است که مدل خطی ARIMA فقط در دو مورد عملکردی مناسب‌تری از دیگر مدل‌ها داشته است. این موارد پیش‌بینی یک گام به جلو و ده گام به جلوی دلار می‌باشد که آن هم به خاطر محدودیت‌های فراوانی که بانک مرکزی روی آن اعمال می‌کند، دامنه نوسانات آن بسیار کم می‌باشد. به عبارت دیگر اگر دامنه نوسانات دلار نیز همانند دیگر ارزها وسیع می‌بود، آنگاه به احتمال زیاد مدل خطی ARIMA نمی‌توانست آن را به خوبی پیش‌بینی بکند.

در کل یافته‌های بالا نشان می‌دهند که بکارگیری مدل‌های غیر خطی برای پیش‌بینی نرخ‌های ارز در مقایسه با مدل خطی ARIMA عملکرد بهتری دارند. این یافته‌ها از این فرضیه که سری‌های زمانی ارز رفتار غیر خطی دارند حمایت می‌کند و راه را برای انجام تحقیقات بیشتر در این زمینه هموارتر می‌سازد.

منابع

الف- فارسی

۱ - پیترز تری و جکی ویلیامز، **تبدیل فوریه و کاربردهای آن در مهندسی پزشکی**، دکتر سید کمال الدین ستاره‌دان و دکتر حمید بهنام، مؤسسه علمی فرهنگی نص، تهران، بهار ۱۳۸۳.

۲ - منهاج، محمد باقر، هوش **محاسبات، *مبانی شبکه‌های عصبی***، مرکز نشر پروفسور حسابی، ج ۱، تهران، ۱۳۷۷.

ب- لاتین

3 - Boothe, P. and Glassman, D. **"The Statical Distribution of Exchange Rates"**, **Journal of International Economic**, 1987, 22, 297-319.

4 - Cottrell, M., Girard, B., Girard ,Y., Mangeas, M., Muller, C. **"Neural modeling for time series: a statistical stepwise method"**, IEEE Transactions on Neural Networks, 1995, 6 (6), 1355–1364.

5 - Daubechies, I. **"The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis"**, IEEE Transactions on Information Theory, 1990, vol. 36, no. 5, 961-1005.

6 - El Shazly, M. R. et al. **"Forecasting Currency Prices using a Genetically Evolved Neural Network Architecture"**, International Review of Financial Analysis, 1999, 8: 1, 67-72

7 - Graps, A. **"An introduction to Wavelets"**, IEEE Computational Science and Engineering, summer 1995, vol. 2, num. 2.

8 - Hornik, K., Stinchcombe, M., White, H. **"Multilayer feedforward networks are universal approximators"**, Neural Networks, 1989, 2, 359–366.

9 - Kilian, L. and Taylor, M. P. ***"Why Is It So Difficult to Beat The Random Walk Forecast of Exchange Rates?"*** In: European Central Bank Working Paper Series, WP, 2001, No. 88, November.

10 - Kingdon, J., & Feldman, K. **"Genetic Algorithms and some Applications in Finance"**, Journal of Applied and Mathematical Finance, 1995, 1(1).

11 - Liang, Y., and Page, E. W. **"Multiresolution Learning Paradigm and Signal Predicting"**, IEEE Transaction on Signal Processing, 1997, 45 (22), 2858-2864.

12 - Lisi, F. and Schiavo, R. A. **"A Caparison between Neural Networks and Chaotic Models for Exchange Rate Prediction"**, Computational Statistic and Data Analysis, 1999, 30, 87-102.

13 - Lubecke, H. T., et al. **"Combining Foreign Exchange Rate Forecasts Using Neural Networks"**, Global Finance Journal, 1998, 9(1).

14- Malat‹ S. **"A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation"**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1989. 11(7). 647-693.

15- Meese. R. A and Rogoff. K. **"Empirical Exchange Rate Model of Seventies: Do they fit out of sample?"**. Journal of International Economic. 1983. 14. 674-693.

16- Mitra. S. & Mitra. A. **"Modeling exchange rates using Wavelet decomposed genetic neural networks"**. Statical Methodology. 2005.

17- Ramsey. B. J. ***Wavelets in Economics and Finance: Past and Future***. C. V. Starr Center for Applied Economics. Department of Economics. Faculty of Arts and Science. New York University. March 2002.

18- Ramsey. J. B.. and Lampart. C.. (1998a). **"The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets: Expenditure and Income"**. Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics. 1998a. 3. No. 4. 23-42.

19- Ramsey. J. B.. Zaslavsky. G.. and Usikov. D. **"An Analysis of U. S. Stock Price Behavior Using Wavelets"**. Fractals. 1995. Vol. 3. No. 2. 377-389.

20- Ramsey. J. B.. and Anderson. H. **"U. S. and Canadian industrial production indices as coupled oscillators"**. Journal of Econ. Dynamics and Control. 2002. 26. 33-67.

21- Ramsey J. B.. and Lampart. C. **"The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale Using Wavelets: Money and Income"**. Macroeconomic Dynamics. 1998. 2. 49-71.

22- Shin. T. & Han. I. **"Optimal signal multi resolution by genetic algorithm to support artificial neural networks for exchange rate forecasting"**. Expert Systems with Applications. 2000. 18. 257-269.

23- Weignd. A. S.. Hubermann. B. A. and Rumelhart. D. E.. **"Predicting Sunspots and Exchange Rates with Connectionist Networks"**. in: M. Casadagli. s. Eubank (Eds). Non-linear Modeling and Forecasting. 1992. 395-432. Redwood city. CA: Addison-Welsaey.

24- Zhang. G. et al. **Forecasting with Artificial Neural Networks: The state of art**. International of Forecasting. 1998. 14. 35-62.